

バブルによる日経指数・先物収益率の 条件付きボラティリティの変化

中 川 裕 司

1. はじめに
 2. データと基本統計量
 3. AR(n)-ARCH(q) モデル
 4. 2変量 AR(n)-ARCH(q) モデル
 5. おわりに
- 参考文献

1. はじめに

1989年12月28日に日経平均株価指数値が最高値を示し、そのあと指数値のトレンドが降下していることは周知の事実である。こうした降下トレンドは指数値から計算できる指数収益率の動向にもみられ、派生証券の1つである日経先物の対数相対価格 (log-relative price) も同じ動向を示している。しかし日経指数と日経先物のそれぞれのボラティリティの動向は俗にいうバブル崩壊前後で変わったのか。また収益率または対数相対価格とボラティリティに関して、指数と先物の相互影響力は変わったのか。これらの疑問を調べるために Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH) モデルを用いた実証分析で検証する。ARCH モデルは、Engle (1982) により 1958年第2四半期から1977年第2四半期までの物価上昇率の実証分析の中で初めて使用された。その後、Bollerslev (1986) は ARCH モデルを一般

化した Generalized ARCH (GARCH) モデルを展開し, Engle and Bollerslev (1986a) は ARCH・GARCH モデルの理論的特徴のサーベイを行っている¹⁾。また Bollerslev, Chou, Jayaraman and Kroner (1990) と Bollerslev, Chou, and Kroner (1992) は GARCH モデルの文献のサーベイを行っている。

ここで用いる ARCH モデルは2つの特徴を有している。理論的側面からみて, リスクを分散で代用し計測しようとするとき, 分散は将来にたいする分散でなければならないが, 実際には直接過去のデータから計算した標本分散である historical variance を使用したり, または回帰分析等から推定したパラメータを使って間接的に計測した分散で代用されるケースが少なくなかった。たとえば間接的方法として, 回帰係数が a の AR(1) モデルを考えてみよう。このとき誤差項の分散を σ^2 とすると, k 日後の従属変数の分散は $\sigma^2(1-a^{2k})/(1-a^2)$ となるが, この k 日後の分散は現時点 t の情報を全く考慮しない値である。ところが本論文で展開する ARCH モデルから計測される従属変数の将来の分散は現時点の誤差項の分散の値に大きく依存するモデルとなる。実証分析の側面からみると, これまでの最小自乗法で推定されるモデルでは, 誤差項に3つの特性値の仮定が置かれている。第一の仮定はそれぞれの誤差項の期待値がゼロ, 第二の仮定はそれぞれの誤差項の分散がすべて等しく一定, 第三の仮定は互いの誤差項の共分散がゼロというものであり²⁾, 誤差項の分布は独立で同一の分布に従うものと前提されている。これまで第二の仮定が満たされない場合には一般化最小自乗法を使用したり, ダービン・ワトソン比等を使って第三の仮定が満たされないことがわかった場合に階差をとる変数変換を行って分析を進めているが, ARCH モデルの推定は第二あるいは第三の仮定を緩和させた推定方法であるともいえる³⁾。換言すれば, ARCH モデルは誤差項の分散と共分散はデータの順序に依存する推定であり⁴⁾, 誤差項の分布は観測時点の情報を条件とした分布に従うものと仮定される⁵⁾。もちろん ARCH モデルの推定は OLS で推定で

きるモデルをも含む推定法である。さらに ARCH モデルでは、モデルの誤差項の分散・共分散が時間とともに変化するため、現時点の残差と誤差項の条件付き分散・共分散とモデルのパラメータから、従属変数の将来の分散・共分散が計算できる⁶⁾。この点からも現在の情報に基づいて将来のリスクを計測する1つの新しい方法を与えているといえよう。

本論文では1変量 ARCH モデルと2変量 ARCH モデルを使って、日経平均株価指数の収益率と日経先物の対数相対価格の各時系列から、東証で日経平均株価指数が最高値を示した前後での各市場の類似・相違点を明らかにするとともに、各市場の相互作用の変化を調べることを目的とする。次節では日経平均株価指数の収益率と日経先物の対数相対価格の基本統計量を示し、基本データの相違を予備的に明らかにしておく。第3節では、全期間とバブル前・後に分けた3種類の期間で、ARCH モデルを使って日経指数収益率と先物の対数相対価格の各ボラティリティの分析を行う。第4節では株式市場と先物市場の相互影響を考慮して、2変量 ARCH モデルを使って3種類の期間で日経指数収益率と日経先物収益率のそれぞれのボラティリティの相互作用を調べる。

2. データと基本統計量

日経平均株価指数と日経先物の4本値のうち始・終値を使って、時点 t で対数相対価格を次のように定義する。以下では対数相対価格を収益率と呼ぶことにする。ここで1日の収益率は夜間収益率と日中収益率の2種類の収益率から構成されているものと想定する。

$$r_{kt-1} = \ln \left(\frac{p_{kj}^{op}}{p_{kj-1}^{cl}} \right), \quad r_{kt} = \ln \left(\frac{p_{kj}^{cl}}{p_{kj}^{op}} \right), \quad k = s, f. \quad (1)$$

(1)式で s は日経平均株価指数を表し、 f は日経先物を表し、 p_{kj}^{op} は第 j 日の k の始値を表し、 p_{kj}^{cl} は第 j 日の k の終値を表し、 r_{kt} は時点 t での k の収

益率を表す。分析には日経先物の取引が開始された1988年9月3日から1991年3月15日までのデータを使用する。ここで日経先物の1銘柄の期間は15カ月であり、任意の時点で満期日が異なる先物が同時に5銘柄存在するが、一時点で実際に取引される銘柄はごく限られ、ほぼ期近物の1銘柄だけが取引対象となっている⁷⁾。これは3カ月程度で主要銘柄が異なるためであり、したがって1銘柄だけの分析ではデータ不足のため実証不可能となる。そこで主要銘柄のデータだけからなる1本の先物収益率を作成して分析を行うことにする。実際に1本の時系列を作る方法は次のように行われる。1日の取引数量が最も多い銘柄を取り上げ、その銘柄から1本の収益率の時系列を作る。この時系列は期近物から期先物に移り変わっていき、期先物の1日の取引数量が期近物の1日の取引数量を上回る日を境に、期近物の収益率から期先物の収益率へ順次へ乗り換えていくことにする⁸⁾。このときの乗換日および満期日は表1⁹⁾に示しておく。

表2は日経平均株価指数と日経先物の日中・夜間収益率の基本統計量を示している。ここで収益率の標本平均をゼロと仮定した場合、収益率の自乗の標本平均は収益率の標本分散を示し、収益率の絶対値の標本平均は収益率のボラティリティ(標準偏差) $\times\sqrt{\pi/2}$ を示す。このため収益率の分散がゼロであるか否かの予備的分析として、収益率の自乗の標本平均とともに絶対値の標本平均を掲載しておく。

表2から指数の夜間収益率の標本平均がゼロという仮説は有意水準1%で棄却される。また指数・先物の日中・夜間収益率の各収益率間の平均値の差の検定を行うと、指数夜間収益率の平均値と先物日中収益率の平均値との差だけが有意水準5%で等しくないということが明らかとなった。また指数・先物の日中・夜間の各収益率の自乗・絶対値のそれぞれの標本平均値の差の検定の結果、有意水準5%では指数・先物の日中・夜間収益率の各収益率の自乗・絶対値の平均値はすべて異なるという結果を得た。この結果は少なくとも指数夜間収益率の標本平均値ゼロ仮説にたいする有意水準1%での棄却

表1 日経先物収益率の乗換日⁽¹⁾

期間：1988年9月3日—1991年3月15日 (630取引日数)

	1988	1989	1990						1991		
満期日 (a)	12/7	3/7	6/7	9/7	12/7	3/8	6/7	9/13	12/13	3/7	平均
乗換日 (b)	11/25	2/9	5/22	8/29	11/28	2/28	5/28	8/24	11/28	2/15	日数
(a)-(b) ⁽²⁾	13	27	17	10	10	9	11	21	16	21	15.5
(a)-(b) ⁽³⁾	11	18	13	8	8	7	9	15	12	15	11.6

注1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

(2) これは乗換日(b)から満期日(a)までのカレンダー日数、すなわちカレンダー日数で計算した満期日(a)マイナス乗換日(b)を表す。

(3) これは乗換日(b)から満期日(a)までの市場が開かれた日数、すなわち取引日数で計算された満期日(a)マイナス乗換日(b)を表す。

表2 基本統計量⁽¹⁾

期間：1988年9月3日—1991年3月15日 (630取引日数)

	日経平均株価指数		日経先物	
	日中収益率	夜間収益率	日中収益率	夜間収益率
標本平均 (%)	-.0024462 (-.4456) ⁽²⁾	.020692** (4.2676)	-.060528 (-1.4920)	.036681 (1.0863)
標本分散 (% ²)	1.89874	.014810	1.03686	.57396
標本歪度	.79817	4.06338	.67080	-.45562
標本超過尖度 ⁽³⁾	13.08868	53.64721	12.70241	6.11526
絶対値の標本平均 (%)	.86037	.079079	.63038	.47198
自乗の標本平均 (% ²)	1.89632	.015215	1.03888	.57412

注1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

(2) ()内の数値は t 値であり、**は標本平均ゼロの仮説検定が有意水準1%で棄却されることを表す。 $t_{0.01}(629) = 2.583674$ 。

(3) 標本超過尖度は通常使用される標本尖度から3を引いた値とした。

から、指数夜間収益率を除いた指数の日中収益率と先物の日中・夜間収益率間の各標本分散は等しくないことを示している。また表2の標本歪度と標本超過尖度から、各収益率のデータから描かれる分布は正規分布からは程遠い分布であることも示している¹⁰⁾。標本歪度と標本超過尖度は正規分布の場合にはともにゼロであるが、各収益率の標本超過尖度は大きな正を示しており、これは分布の両裾が正規分布に比べかなり厚くなっていることを意味している。こうしたデータの予備的事実から、ARCHモデルによる推定法が

望ましいと考えられる。

3. AR(n)-ARCH(q) モデル

モデルの同定のためには指数と先物の各収益率の自己相関を知る必要がある。中川 (1992) は予備的分析として指数・先物の日中・夜間収益率と各収益率の自乗・絶対値の各自己相関と各収益率間の相関を示している。その結果、収益率の絶対値の自己相関は指数日中・夜間収益率を除いて、ラグ5までの自己相関が0.3以上を示し、ゼロ仮説は有意に棄却されると述べている¹¹⁾。また指数と先物の日中・夜間収益率の各収益率の自乗と絶対値のラグがかなり長く続くことを報告している¹²⁾。各収益率の自乗・絶対値の自己相関が存在するという事は、通常のOLSによるAR(1)モデルでの推定は不適當であると考えなければならない。そこで夜間収益率と日中収益率が交互に現れる1本の時系列データを使用し、(4)式のダミー変数を用いた(2)式のAR(n)モデルと(4)式のダミー変数を用いた(3)式のARCH(q)モデルで分析を行う。

$$r_{kt} = C_{k0} + C_{k1}D_t + \sum_{i=1}^n (a_{ki} + b_{ki}D_t)r_{k,t-i} + \varepsilon_{kt}, \quad k = s, f \quad (2)$$

$$\varepsilon_{kt} | \Psi_{t-1} \sim N(0, h_{kkt}), \quad E[\varepsilon_{kt}\varepsilon_{kt+j} | \Psi_{t-1}] = 0, \quad (j=1, 2, \dots),$$

$$h_{kkt} = \alpha_{k0} + \alpha_{k1}D_t + \sum_{i=1}^q (\beta_{ki} + \gamma_{ki}D_t)\varepsilon_{k,t-i}^2, \quad (3)$$

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{if 日中収益率} \\ 0 & \text{if 夜間収益率} \end{cases} \quad (4)$$

$$\Psi_t = \{\varepsilon_{kt}, \varepsilon_{k,t-1}, \dots\} \quad (5)$$

ここで s は日経平均株価指数を表し、 f は日経先物を表す。 C_{k0} , C_{k1} , α_{k0} , α_{k1} は定数項, a_{ki} , b_{ki} , β_{ki} , γ_{ki} は回帰係数を示す。 ε_{kt} は時点 t の誤差項であり、 Ψ_t は時点 t での情報集合である。 $N(0, h_{kkt})$ は平均ゼロ、分散が h_{kkt} の正規分布を表す。以下では、 h_{kkt} は時点 $t-1$ での情報集合 Ψ_{t-1} を条件と

した誤差項の分散であるから、誤差項の条件付き分散と呼ぶことにする。

1988年9月3日から1991年3月15日の分析期間中には日経平均株価指数が最高値を示した日が含まれている。そこで時系列データを1990年12月1日を境に2つに分けて、それ以前をバブル前期間、それ以後をバブル後期間として分析に加える。推定はBHHH法を使った最尤法により行われる¹³⁾。

表3からARモデルとARCHモデルの定数項の符号は指数・先物の日中・夜間収益率ともに基本統計量に一致している¹⁴⁾。ARモデルのラグに関して、指数の場合バブル前期間B)では長いがバブル後期間C)は1次のラグだけで、日中収益率(b_{s1})¹⁵⁾からの影響が有意である。逆に、ARCHモデルのラグはバブル前期間B)では1次までであり、バブル後期間C)では長く、ともに日中収益率のショック¹⁶⁾($\gamma_{s1}, \gamma_{s2}, \gamma_{s3}, \gamma_{s4}$)からの影響が有意である。こうしたバブル前期間B)とバブル後期間C)のモデルの次数の違いから、全期間A)での推定結果のモデルの次数を大きくしている主原因であると考えられ、ボラティリティのモデルから、指数を構成する株式市場の構造がバブルの前後で変化したものと考えられる。表3から先物はバブル前期間B)・後期間C)とも、ARモデルの1次のラグでの日中・夜間収益率(a_n, b_n)からの影響がともに有意である。先物のARCHモデルはバブル前期間B)・後期間C)ともラグが長いことがわかる。一見しただけでは実際に日経先物市場がバブル前後で市場構造が変化したか否かを判断することはできない。

そこで全期間A)の先物のARCHモデルの誤差項の条件付き分散 h_{fst} をグラフ1で示し、 h_{fst} から計測した先物の条件付き分散 $\text{Var}(r_{ft+1} | \Psi_t)$ を次のように示した。全期間A)のモデルから得られる $\text{Var}(r_{ft+1} | \Psi_t)$ をグラフ2で、バブル前期間B)のモデルから得られる $\text{Var}(r_{ft+1} | \Psi_t)$ をグラフ3で、バブル後期間C)のモデルから得られる $\text{Var}(r_{ft+1} | \Psi_t)$ をグラフ4で示し、さらに日中収益率の条件付き分散を実線で表し、夜間収益率の条件付き分散を破線で表した。グラフ2からグラフ4をみて判断すると、先物の条件付き

表3 1変量

$$r_{kt} = c_{k0} + c_{k1}D_t + \sum_{i=1}^n (a_{ki} + b_{ki}D_t) r_{k,t-i} + \varepsilon_{kt}, \quad \varepsilon_{kt} | \Psi_{t-1} \sim N(0, h_{kkt}),$$

$$E[\varepsilon_{kt}\varepsilon_{k,t+j} | \Psi_{k,t-1}] = 0, \quad (j=1, 2, \dots),$$

$$h_{kkt} \equiv \text{Var}(\varepsilon_{kt} | \Psi_{t-1}) = \alpha_{k0} + \alpha_{k1}D_t + \sum_{i=1}^q (\beta_{ki} + \gamma_{ki}D_t) \varepsilon_{k,t-i}^2, \quad k = s, f.$$

c_{k0}	c_{k1}	a_{k1}	b_{k1}	a_{k2}	b_{k2}
α_{k0}	α_{k1}	β_{k1}	γ_{k1}	β_{k2}	γ_{k2}

日経平均株価指数

A) 全期間：1988年9月3日—1991年3月15日 (標本数=1260) 対数尤度=-295.483

.021624**	.000176215	.011441	2.58994**	.096563*	.029032
(6.59613)	(.00780375)	(1.75919)	(7.99083)	(2.02041)	(.508242)
.0032678**	.124503**	.00515996**	14.4510**	.0146541**	.221508**
(8.90783)	(5.68310)	(11.6757)	(4.26927)	(2.596604)	(2.82647)

B) バブル前期間：1988年9月3日—1989年12月1日 (標本数=630) 対数尤度=176.825

.022396**	.00166205	.0135305	2.05905**	.152071**	-1.72075*
(5.77404)	(.050478)	(1.89902)	(4.10130)	(2.86918)	(-2.52659)
.0043172**	.220188**	.0000795906	7.82785**		
(12.5261)	(14.0987)	(.090308)	(2.59034)		

C) バブル後期間：1989年12月2日—1991年3月15日 (標本数=630) 対数尤度=-431.675

.026283**	-.080133	.576207 × 10 ⁻²	3.40964**		
(3.55335)	(-.154241)	(.532432)	(7.31153)		
.543449 × 10 ⁻² **	.389577**	.0149909**	17.0690*	.101007	.274350*
(4.16652)	(2.92182)	(9.38595)	(2.06938)	(.921256)	(2.08760)

日経先物

A) 全期間：1988年9月3日—1991年3月15日 (標本数=1260) 対数尤度=-1136.15

.061508**	-.048425*	.226167**	-.299555**	-.043804	-.887917 × 10 ⁻¹
(5.33889)	(-2.04157)	(8.05395)	(-4.47613)	(-1.34587)	(-2.93669)
.016475**	.101727**	.112746**	.238116 × 10 ⁻³	.117147**	.138930
(4.49015)	(5.46961)	(5.20537)	(.488196 × 10 ⁻⁴)	(3.83103)	(1.74880)

B) バブル前期間：1988年9月3日—1989年12月1日 (標本数=630) 対数尤度=-171.809

.063798**	-.041172	.145566**	-.199803*		
(4.99070)	(-1.60001)	(4.12495)	(-2.43577)		
.034945**	.080429**	.015955	-.066620	.106550*	.029344
(6.93782)	(5.42117)	(.655053)	(-.928521)	(2.31392)	(.306525)

C) バブル後期間：1989年12月2日—1991年3月15日 (標本数=630) 対数尤度=-958.629

.028568	-.0186978**	.362532**	-.279383**		
(.814552)	(-2.63429)	(9.38257)	(-3.30098)		
.090407*	.531187**	.117075**	.0000081	.057630	-.013158
(2.31423)	(3.97089)	(3.51568)	(0)	(1.17018)	(-1.141568)

注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

$t_{0.01}(1242) = 2.5798$, $t_{0.01}(1238) = 2.5798$, $t_{0.01}(616) = 2.583838$, $t_{0.01}(614) = 2.583856$.

AR(n)-ARCH(q) モデル

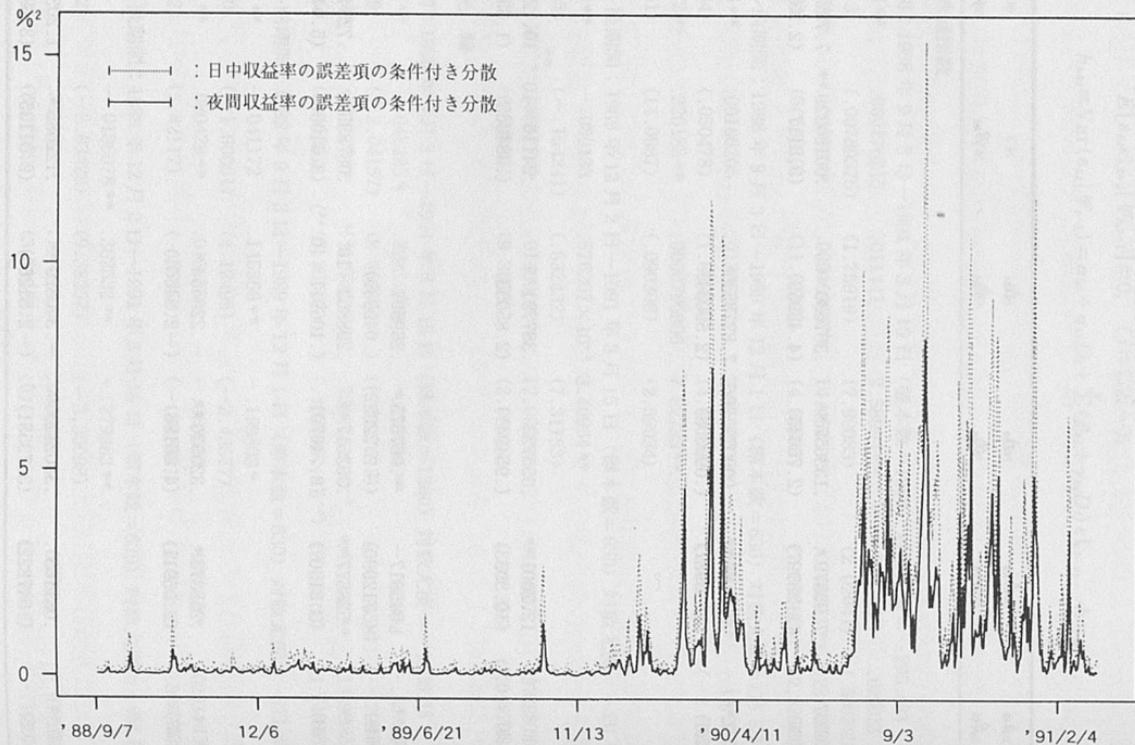
$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{if 日中収益率} \\ 0 & \text{if 夜間収益率} \end{cases}$$

a_{k3}	b_{k3}	a_{k4}	b_{k4}		
β_{k3}	γ_{k3}	β_{k4}	γ_{k4}	β_{k5}	γ_{k5}
.000232257 (.601336)	7.90379* (2.28997)	.133657** (2.75645)	.367630** (4.48959)	.00180229** (5.8117)	7.78219** (2.33209)
.0043172** (12.5261)	.220188** (14.0987)	.0000795906 (.090308)	7.82785** (2.59034)		
.232013×10 ⁻⁸ (.273287×10 ⁻⁸)	12.2001** (10.3033)	.055723 (.954941)	.387791** (2.85053)	.24116×10 ⁻² (.284665)	10.1241 (1.65536)
.170545** (5.90048)	.045917 (.712990)	-.067675* (-2.22022)	.269597 (.045985)		
.083555** (4.28804)	.528577** (3.31307)	.363517** (8.74670)	.298802×10 ⁻¹¹ (.106911×10 ⁻¹⁴)	.087833** (3.51090)	.725495** (5.04802)
.037051* (2.22667)	.258378* (2.05911)	.320520** (4.46188)	-.228454* (-2.34661)		
.112147** (2.71035)	.081165 (.547222)	.380212** (3.73551)	-.340829** (-2.81260)	.122085* (2.01135)	1.20389** (3.68589)

$t_{0.05}(1242) = 1.961876$. $t_{0.05}(1238) = 1.96188$. $t_{0.05}(616) = 1.963822$. $t_{0.05}(614) = 1.963836$.
 (2) ()内の数値は t 値を表し, **(*)は推定値ゼロの仮説検定が有意水準1(5)%で棄却される係数である。

グラフ1 1変量AR(4)-ARCH(5)モデルによる日経先物収益率の誤差項の条件付き分散 ($h_{f,t}$)

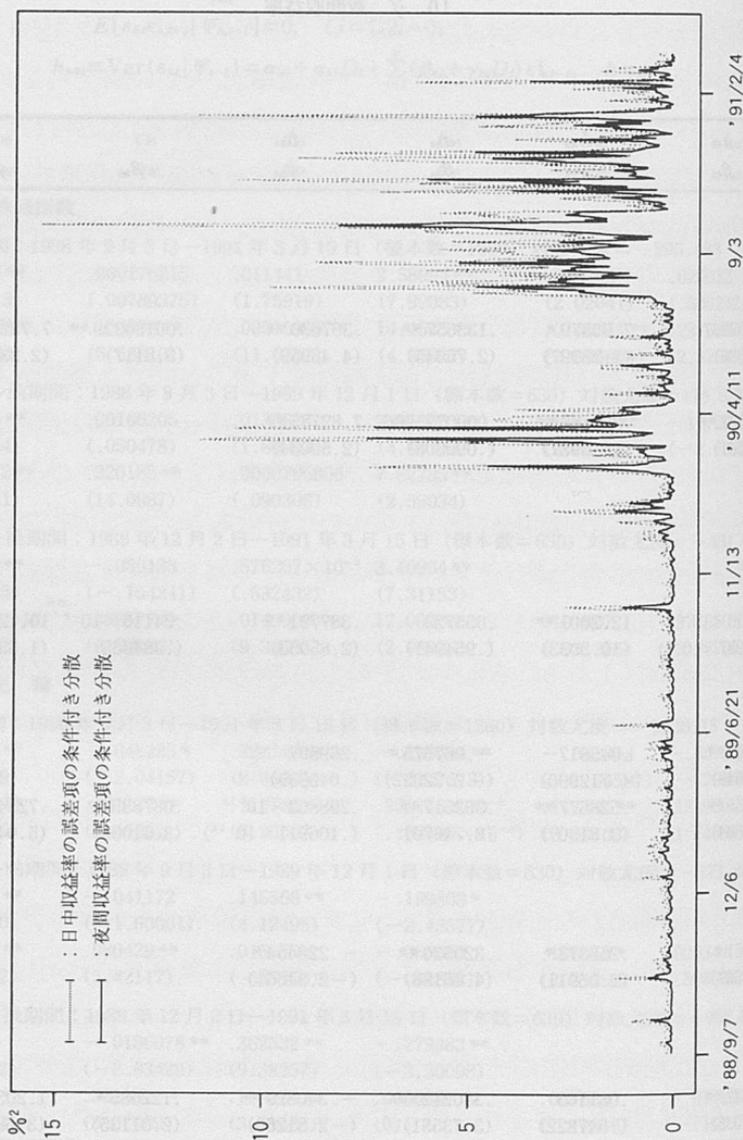
A) 全期間：1988年9月3日-1991年3月15日 (標本数=1260)



注1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

グラフ1 1変量AR(4)-ARCH(5)モデルによる日経先物収益率の誤差項の条件付き分散 ($h_{f,t}$)

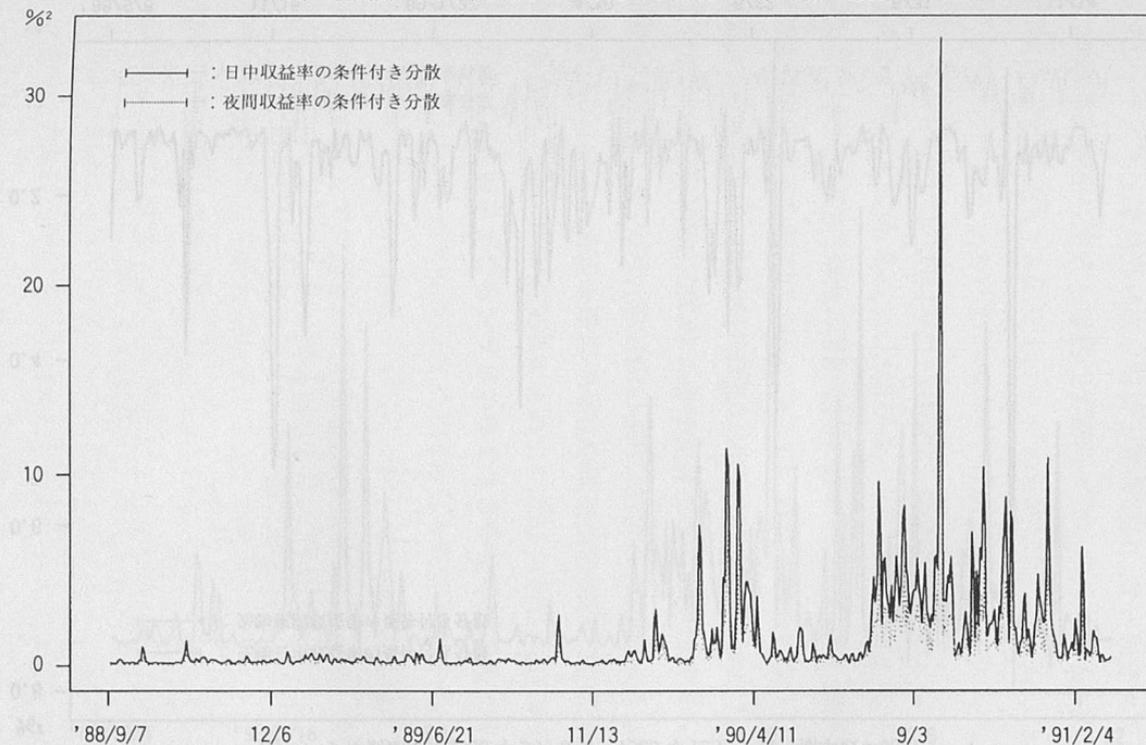
A) 全期間：1988年9月3日—1991年3月15日（標本数=1260）



注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

グラフ2 1変量AR(4)-ARCH(5)モデルによる日経先物収益率の条件付き分散 ($\text{Var}(r_{t+1} | \Psi_t)$)

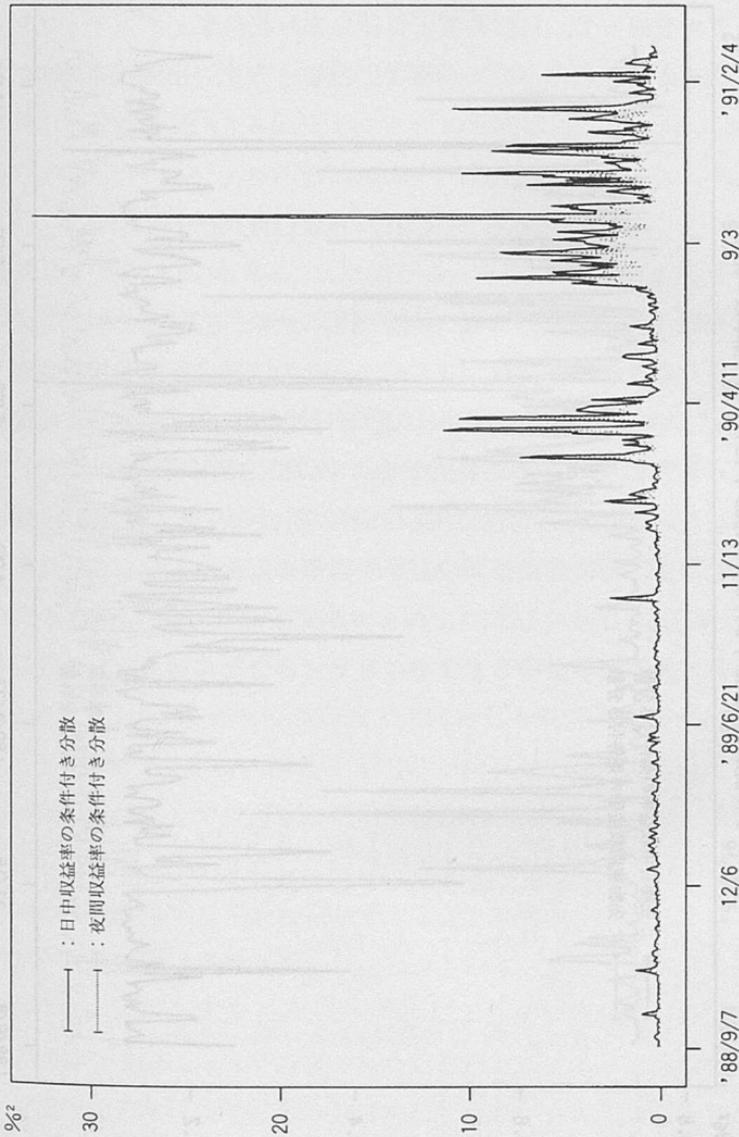
A) 全期間：1988年9月3日-1991年3月15日 (標本数=1260)



注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

バブルによる日経指数・先物収益率の
条件付きボラティリティの変化 (中川)

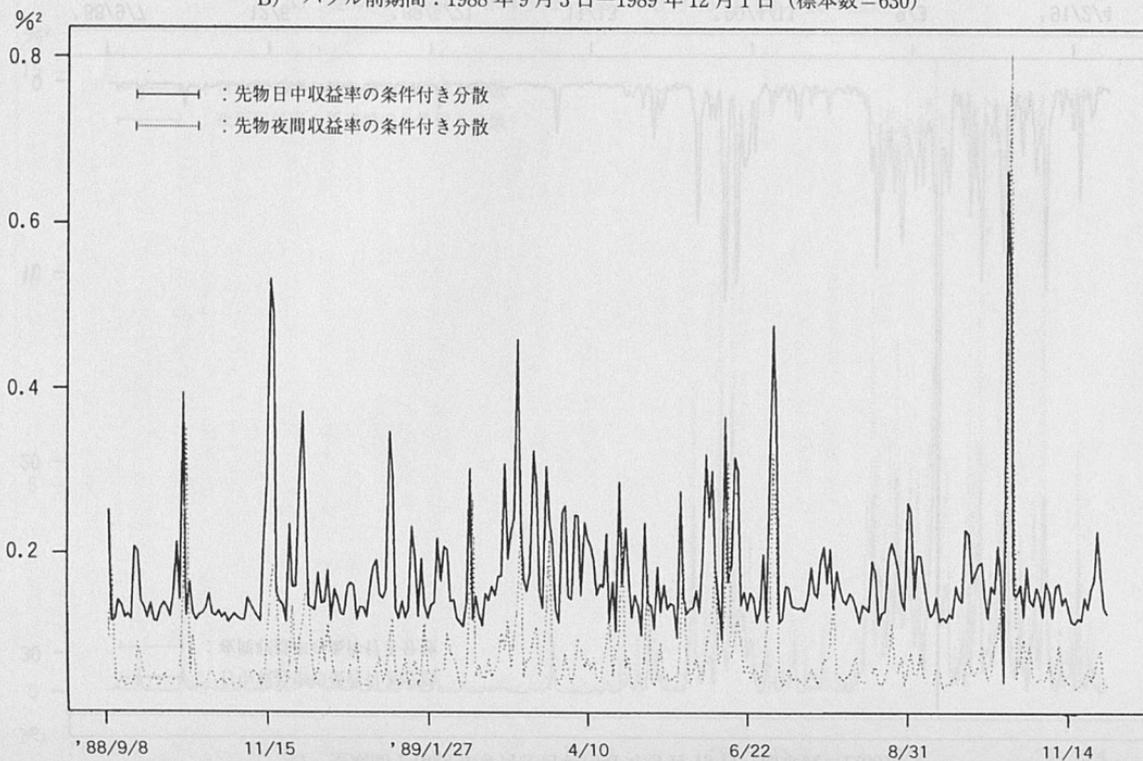
グラフ 2 1 変量 AR(4)-ARCH(5) モデルによる日経先物収益率の条件付き分散 ($\text{Var}(r_{t+1} | \mathcal{F}_t)$)
A) 全期間: 1988年9月3日-1991年3月15日 (標本数=1260)



注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

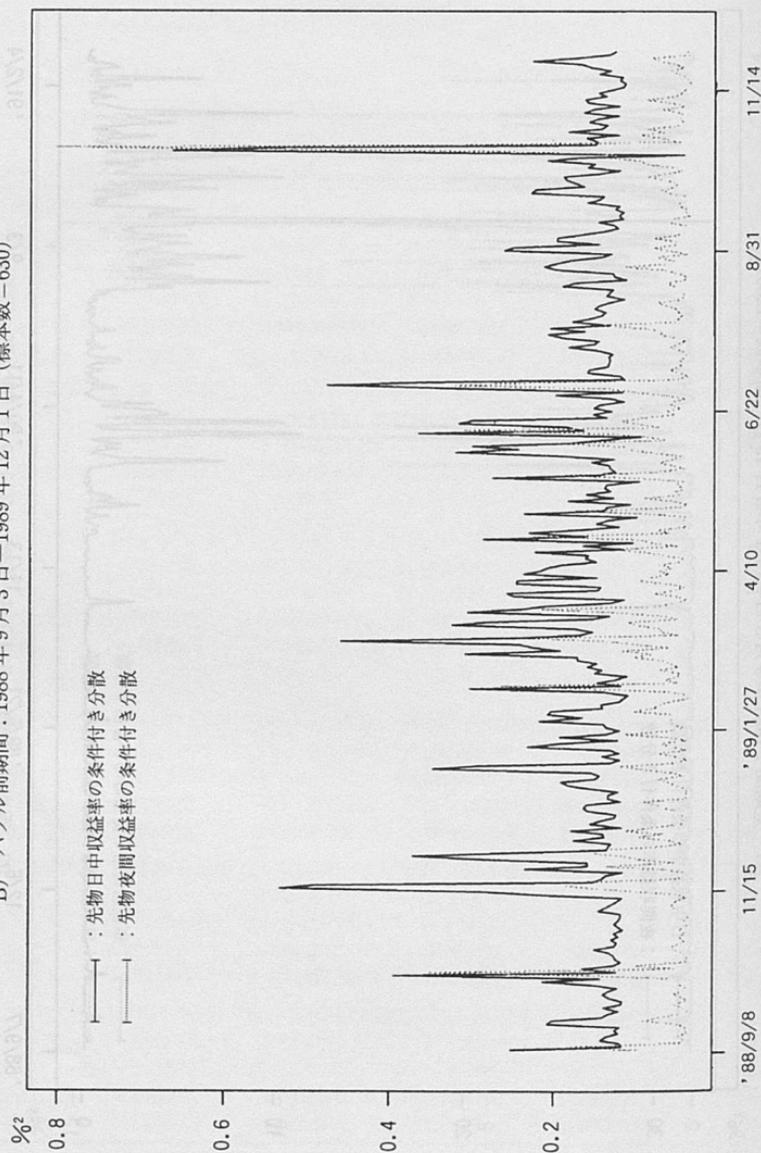
グラフ3 1変量AR(1)-ARCH(4)モデルによる日経先物収益率の条件付き分散 ($\text{Var}(r_{ft+1} | \Psi_t)$)

B) バブル前期間：1988年9月3日-1989年12月1日 (標本数=630)

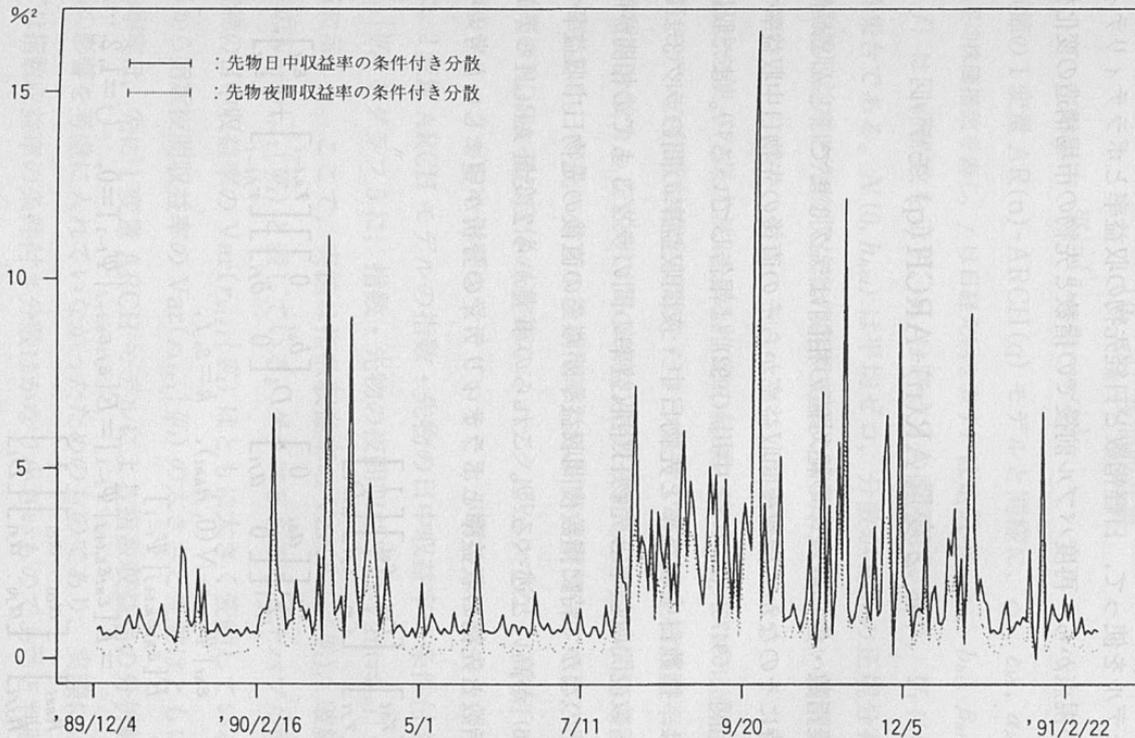


グラフ 3 1 変量 AR(1)-ARCH(4) モデルによる日経先物収益率の条件付き分散 ($\text{Var}(r_{t+1} | \Psi_t)$)

B) バブル前期間：1988年9月3日—1989年12月1日 (標本数=630)



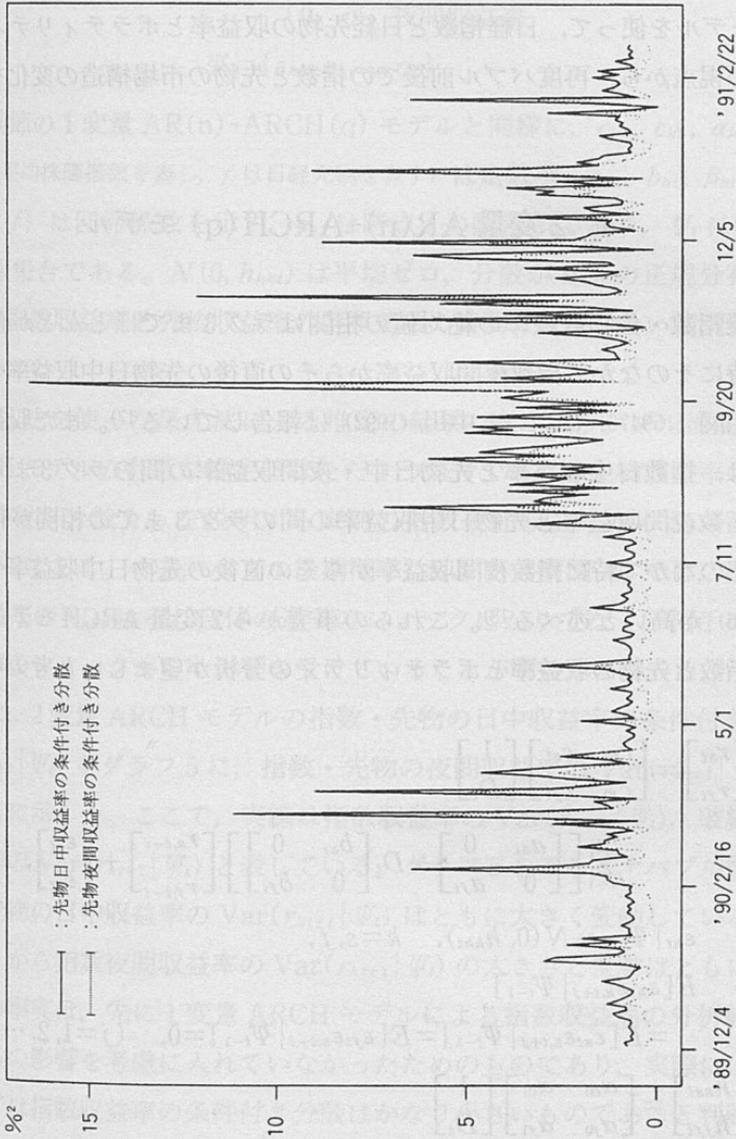
グラフ4 1変量AR(1)-ARCH(5)モデルによる日経先物収益率の条件付き分散 ($\text{Var}(r_{t+1} | \mathcal{F}_t)$)
 C) バブル後期間：1989年12月4日-1991年3月15日 (標本数=630)



注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

バブルによる日経指数・先物収益率の
 条件付きボラティリティの変化 (中川)

グラフ4 1変量AR(1)-ARCH(5)モデルによる日経先物収益率の条件付き分散 ($\text{Var}(r_{t+1} | \mathcal{F}_t)$)
C) バブル後期間: 1989年12月4日-1991年3月15日 (標本数=630)



注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

分散はバブル後、大きく変動していることがわかる。

次節では、日経指数から日経先物への影響も考慮に入れて、2変量 ARCH (q) モデルを使って、日経指数と日経先物の収益率とボラティリティの相互影響の視点から、再度バブル前後での指数と先物の市場構造の変化を検証する。

4. 2変量 AR(n)-ARCH(q) モデル

日経指数・先物収益率の絶対値の相関はラグ3までほとんどが有意であり、特にそのなかで指数夜間収益率からその直後の先物日中収益率への絶対値の相関 (.59476) は高いと中川 (1992) は報告している¹⁷⁾。また収益率の自乗では、指数日中収益率と先物日中・夜間収益率の間のラグ3までの相関と、指数夜間収益率と先物日中収益率の間のラグ3までの相関が有意であり、そのなかで特に指数夜間収益率からその直後の先物日中収益率への相関 (.34656) が高いと述べる¹⁸⁾。これらの事実から2変量 ARCHモデルによる日経指数と先物の収益率とボラティリティの分析が望ましいと考えられる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} r_{st} \\ r_{ft} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c_{s0} & c_{s1} \\ c_{f0} & c_{f1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ D_t \end{bmatrix} \\ &+ \sum_{i=1}^n \left[\begin{bmatrix} a_{si} & 0 \\ 0 & a_{fi} \end{bmatrix} + D_t \begin{bmatrix} b_{si} & 0 \\ 0 & b_{fi} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} r_{s,t-i} \\ r_{f,t-i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{ft} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{kt} | \Psi_{t-1} \sim N(0, h_{kkt}), \quad k = s, f,$$

$$\begin{aligned} E[\varepsilon_{kt} \varepsilon_{k,t+j} | \Psi_{t-1}] \\ = E[\varepsilon_{st} \varepsilon_{s,t+j} | \Psi_{t-1}] = E[\varepsilon_{ft} \varepsilon_{f,t+j} | \Psi_{t-1}] = 0, \quad (j=1, 2, \dots), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} h_{sst} \\ h_{fft} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \alpha_{c0} & \alpha_{c1} \\ \alpha_{f0} & \alpha_{f1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ D_t \end{bmatrix} \\ &+ \sum_{i=1}^q \left[\begin{bmatrix} \beta_{ssi} & \beta_{sfi} \\ \beta_{fsi} & \beta_{ffi} \end{bmatrix} + D_t \begin{bmatrix} \gamma_{ssi} & \gamma_{sfi} \\ \gamma_{fsi} & \gamma_{ffi} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t-i}^2 \\ \varepsilon_{f,t-i}^2 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$h_{sft} = h_{fst} = \rho (h_{sst} h_{fft})^{1/2}, \quad (8)$$

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{if 日中収益率} \\ 0 & \text{if 夜間収益率} \end{cases} \quad (9)$$

$$\Psi_t = \{\varepsilon_{kt}, \varepsilon_{kt-1}, \dots\}. \quad (10)$$

ここで前節の1変量AR(n)-ARCH(q)モデルと同様に、 c_{k0} , c_{k1} , α_{k0} , α_{k1} (s は日経平均株価指数を表し、 f は日経先物を表す)は定数項、 a_{ki} , b_{ki} , β_{kli} , γ_{kli} ($k, l = s, f$)は回帰係数を示す。 ε_{kt} は時点 t の誤差項であり、 Ψ_t は時点 t での情報集合である。 $N(0, h_{kkt})$ は平均ゼロ、分散が h_{kkt} の正規分布を示す。 ρ は指数収益率と先物収益率の各誤差項の時間に依存しない相関係数を表す。

BHHH法を使った最尤法による推定の結果、表4からバブル後期間B)のARCHモデルの有意な推定値はただ1つだけであり、先物収益率の誤差項の条件付き分散 h_{fft} を説明する直前の指数夜間収益率からのショック(β_{fi})だけである。一方、バブル後期間C)および全期間A)では、指数・先物収益率の h_{kkt} はそれ自体の過去のショックばかりでなく、相手の過去の収益率のショックからも影響を受けていることが明らかになった。

最後に、2変量ARCHモデルの指数・先物の日中収益率の条件付き分散 $\text{Var}(r_{kt+1} | \Psi_t)$ をグラフ5に、指数・先物の夜間収益率の $\text{Var}(r_{kt+1} | \Psi_t)$ をグラフ6に示した。ここで、実線は指数収益率の $\text{Var}(r_{kt+1} | \Psi_t)$ 、破線は先物収益率の $\text{Var}(r_{kt+1} | \Psi_t)$ と表している。グラフ5をみると、バブル後には指数・先物の日中収益率の $\text{Var}(r_{kt+1} | \Psi_t)$ はともに大きく変動しているが、グラフ6から指数夜間収益率の $\text{Var}(r_{kt+1} | \Psi_t)$ の大きさと変動はともに小さい。この事実は、先に1変量ARCHモデルによる指数収益率の分析結果が先物からの影響を考慮に入れていなかったためのものであり、実際には夜間に関しては指数収益率の条件付き分散はかなり小さいものであると判断すべきである。その結果、市場が開かれている間の株式市場ではバブル前・後で市場の構造が変化したと考えられるが、日経先物市場に関しては市場が開か

表4 2変量

$$\begin{bmatrix} r_{st} \\ r_{fst} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{s0} & c_{s1} \\ c_{f0} & c_{f1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ D_t \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} a_{si} & 0 \\ 0 & a_{fi} \end{bmatrix} + D_t \begin{bmatrix} b_{si} & 0 \\ 0 & b_{fi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{s,t-i} \\ r_{f,t-i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{fst} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} h_{sst} \\ h_{ffst} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{s0} & \alpha_{s1} \\ \alpha_{f0} & \alpha_{f1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ D_t \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^g \begin{bmatrix} \beta_{ssi} & \beta_{sfi} \\ \beta_{fsi} & \beta_{ffi} \end{bmatrix} + D_t \begin{bmatrix} \gamma_{ssi} & \gamma_{sfi} \\ \gamma_{fsi} & \gamma_{ffi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t-i}^2 \\ \varepsilon_{f,t-i}^2 \end{bmatrix}$$

c_{s0}	c_{s1}	a_{s1}	b_{s1}	a_{s2}
c_{f0}	c_{f1}	a_{f1}	b_{f1}	a_{f2}
α_{s0}	α_{s1}	β_{ssi}	β_{sfi}	γ_{ssi}
α_{f0}	α_{f1}	β_{fsi}	β_{ffi}	γ_{fsi}

A) 全期間：1988年9月3日—1991年3月15日（標本数=1260）対数尤度=-1124.29

.017014**	.0758908	-.00608755	1.15271**	.081775*
(5.10361)	(.361504)	(-.944009)	(5.36451)	(2.16342)
.32048**	-.015160	.0079552	-.390729**	-.180243**
(3.63791)	(-.0799772)	(.447497)	(-6.23165)	(-19.1388)
.00576445**	.194025**	.010447**	-.00135245	.795770
(12.9280)	(16.3988)	(12.8759)	(-1.45537)	(.493634)
.065226**	.124689**	.152794**	.293428**	-.138994
(7.56045)	(6.74914)	(4.34967)	(6.17900)	(-1.124851)

B) バブル前期間：1988年9月3日—1989年12月1日（標本数=630）対数尤度=154.387

.02792**	.022031	.015432*	.836382*	
(5.16831)	(.791913)	(2.11621)	(2.34612)	
.059817**	-.022601	.053944	-.478696**	
(3.11460)	(-.805141)	(1.27488)	(-5.64350)	
.00559284**	.183992**	.964293 × 10 ⁻⁹	2.68911	.860844 × 10 ⁻¹
(9.495784)	(16.5484)	(0)	(1.27178)	(.331034)
.065180**	.070511**	.066482**	2.19111	.028609
(9.36358)	(7.06877)	(2.76233)	(1.49048)	(1.10682)

C) バブル後期間：1989年12月2日—1991年3月15日（標本数=630）対数尤度=-1109.97

.017933*	-.042293	-.00460414	2.13245**	.048789
(2.32939)	(-.903493)	(-.459942)	(5.24779)	(.812387)
.065580*	-.112766	.094550	-.329674**	-.083404**
(1.96781)	(-1.90243)	(2.11778)	(-3.88175)	(-2.71722)
.010183**	.474761**	.014622**	-.000227653	2.99799
(7.54510)	(8.56206)	(7.61303)	(-.152352)	(1.02206)
.329238**	.401539**	.170124*	.256150**	-.434251
(8.20152)	(4.88158)	(2.03121)	(3.46581)	(-6.66292)

注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

$$t_{0.01}(1242) = 2.5798, \quad t_{0.01}(1238) = 2.5798, \quad t_{0.01}(616) = 2.583838,$$

$$t_{0.01}(614) = 2.583856, \quad t_{0.05}(1242) = 1.961876, \quad t_{0.05}(1238) = 1.96188.$$

AR(n)-ARCH(q) モデル

$$\varepsilon_{kt} | \Psi_{t-1} \sim N(0, h_{sst}), \quad E[\varepsilon_{kt} \varepsilon_{k,t+j} | \Psi_{t-1}] = E[\varepsilon_{st} \varepsilon_{s,t+j} | \Psi_{t-1}] = E[\varepsilon_{ft} \varepsilon_{s,t+j} | \Psi_{t-1}] = 0,$$

$$k = s, f, \quad h_{sft} = h_{fst} = \rho (h_{sst} h_{fft})^{1/2}, \quad \rho: \text{constant}$$

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{if 日中収益率} \\ 0 & \text{if 夜間収益率} \end{cases}$$

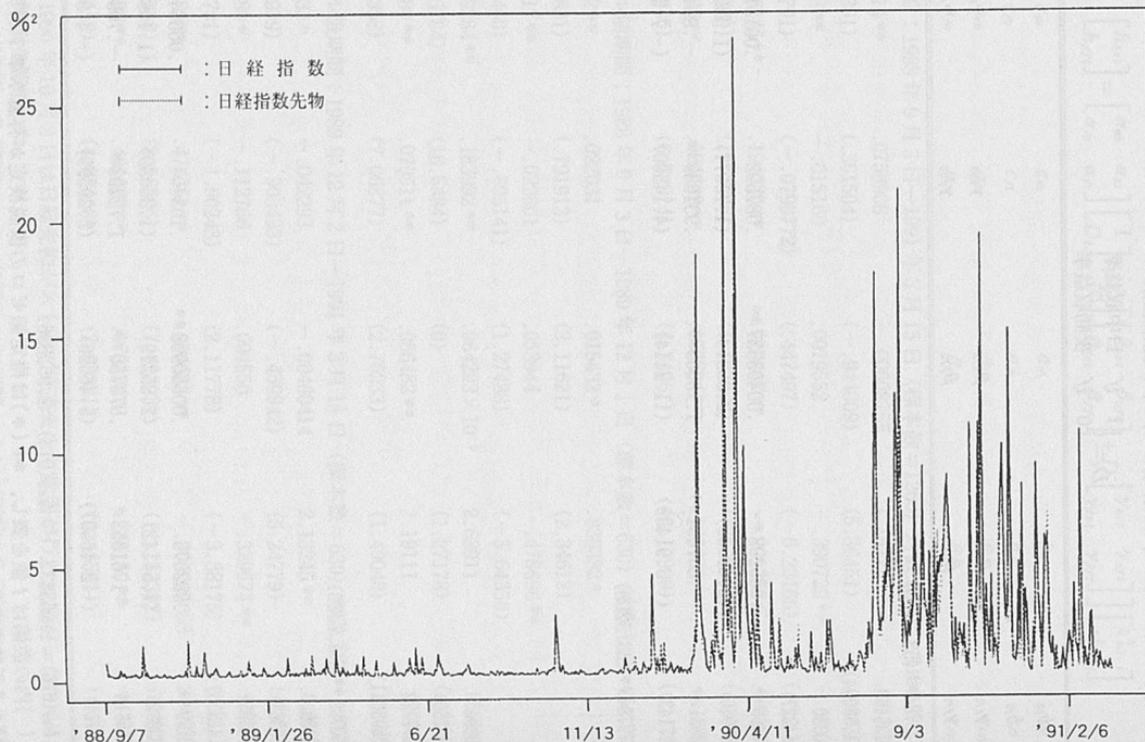
b_{s2}				
b_{f2}				
γ_{s1}	β_{ss2}	β_{sf2}	γ_{ss2}	γ_{sf2}
γ_{ff1}	β_{fs2}	β_{ff2}	γ_{fs2}	γ_{ff2}
$\rho = .746784^{**} (53.2455)$				
- .735460				
(-1.58004)				
.050330				
(1.54327)				
1.44468**	.085298*	.00493537**	.087592	.061511
(7.67940)	(2.48533)	(2.86313)	(1.75571)	(1.330517)
.783831**	-.867851**	1.10069**	.931639**	-.834562**
(6.17143)	(-3.91439)	(11.2114)	(4.14500)	(-7.54215)
$\rho = .672784^{**} (23.5208)$				
.299294				
(1.37250)				
.00577722				
(.00893611)				
$\rho = .752799^{**} (34.7423)$				
.011009				
(.153361)				
-.023851				
(-.413507)				
1.08159**	.082675	.00660998**	.103404	.066646
(3.53889)	(1.51142)	(2.85219)	(1.36439)	(1.10880)
.00156618	-1.61653*	.873750**	1.72293*	-.703935**
(.010761)	(-2.16697)	(5.46326)	(2.29599)	(-4.02415)

$$t_{0.05}(616) = 1.963822, \quad t_{0.05}(614) = 1.963836.$$

(2) ()内の数値は t 値を表し, **(*)は推定値ゼロの仮説検定が有意水準 1(5)%で棄却される係数である。

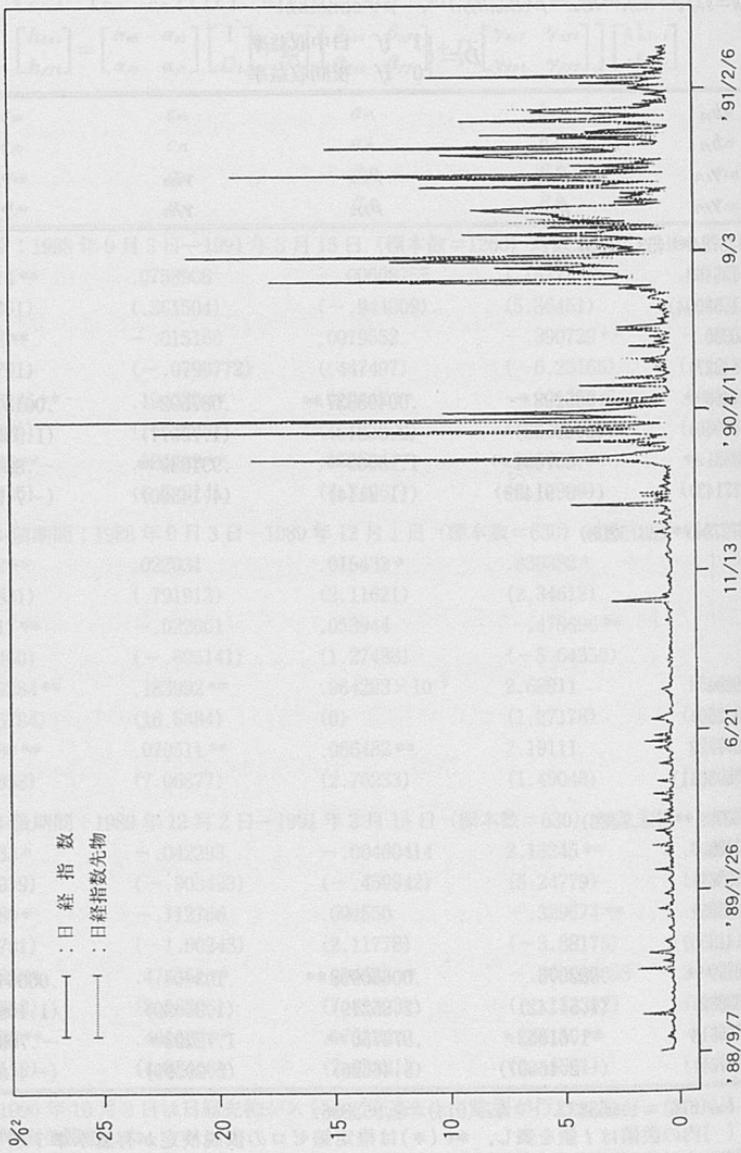
グラフ5 2変量AR(2)-ARCH(2)モデルによる日経指数・先物日中収益率の条件付き分散 ($\text{Var}(r_{jt+1} | \Psi_t)$)

A) 全期間：1988年9月3日-1991年3月15日 (標本数=1260)



注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

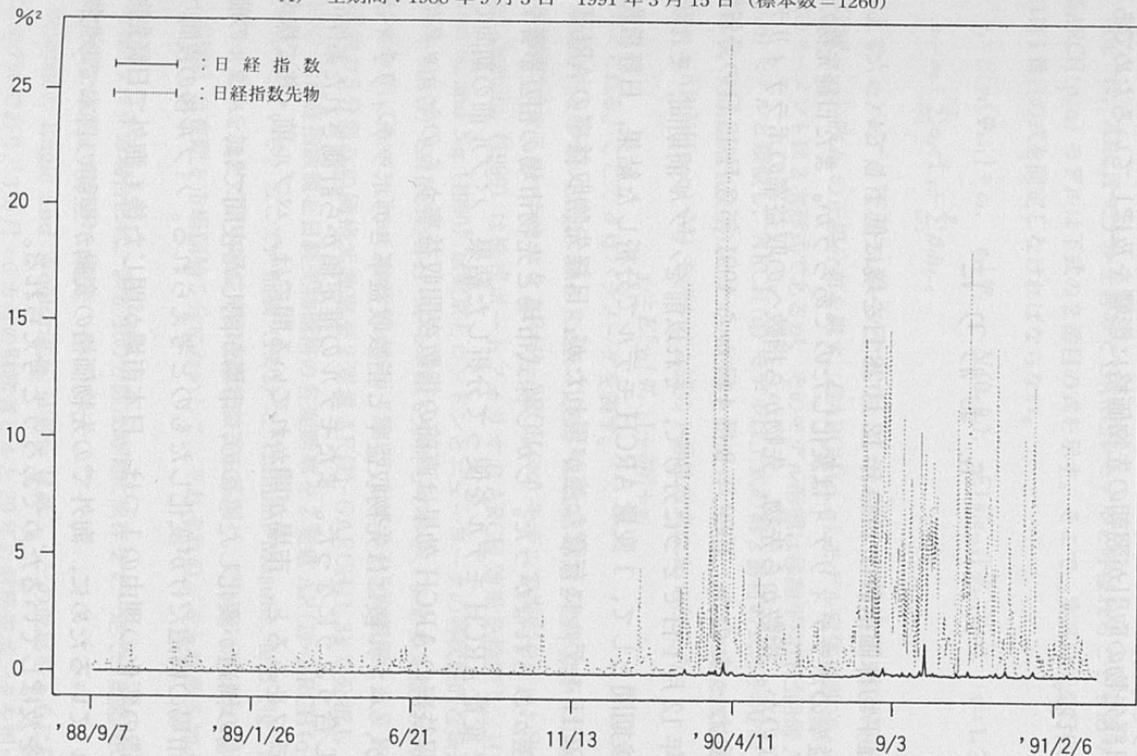
グラフ5 2変量AR(2)-ARCH(2)モデルによる日経指数・先物日中収益率の条件付き分散 ($\text{Var}(r_{t+1}|\Psi_t)$)
 A) 全期間：1988年9月3日—1991年3月15日 (標本数=1260)



注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

グラフ6 2変量AR(2)-ARCH(2)モデルによる日経指数・先物夜間収益率の条件付き分散 ($\text{Var}(r_{t+1} | \Psi_t)$)

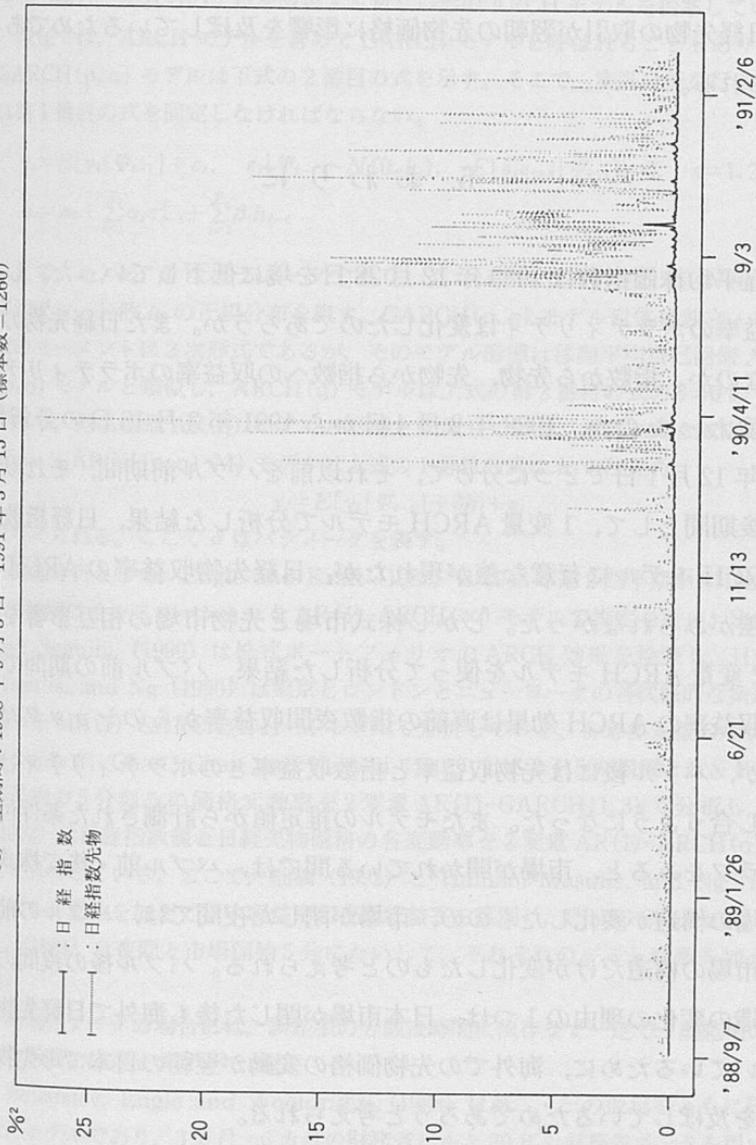
A) 全期間：1988年9月3日-1991年3月15日 (標本数=1260)



パナールによる日経指数・先物収益率の条件付きボラティリティの変化 (中川)

注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ売高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

グラフ6 2変量AR(2)-ARCH(2)モデルによる日経指数・先物夜間収益率の条件付き分散 ($\text{Var}(r_{T+1} | \mathcal{F}_T)$)
A) 全期間: 1988年9月3日—1991年3月15日 (標本数=1260)



注(1) 1990年10月2日は日経先物がストップ先高となり取引が行われなかったために、前日の終値を使用した。

れている間はもちろんのこと、市場が閉じた夜間でもバブルの前後で市場構造が変化したものと考えられる。これは1つに日本市場が閉じたあと、海外での日経先物の取引が翌朝の先物価格に影響を及ぼしているためであろうと考えられる。

5. おわりに

日経平均株価指数は1989年12月28日を境に低下していった。しかし指数収益率のボラティリティは変化したのであろうか。また日経先物の場合はどうなのか。指数から先物、先物から指数への収益率のボラティリティの影響は変わったのか。1988年9月4日から1991年3月15日の分析期間を1990年12月1日で2つに分けて、それ以前をバブル前期間、それ以後をバブル後期間として、1変量ARCHモデルで分析した結果、日経指数収益率のARCHモデルに有意な差が現れたが、日経先物収益率のARCHモデルには差がみられなかった。しかし株式市場と先物市場の相互影響を考慮して、2変量ARCHモデルを使って分析した結果、バブル前の期間では日経先物収益率のARCH効果は直前の指数夜間収益率からのショックだけであったが、バブル後には先物収益率と指数収益率とのボラティリティは相互に影響し合うようになった。またモデルの推定値から計測された条件付き分散のグラフをみると、市場が開かれている間では、バブル前・後で株式・先物両市場の構造が変化したもの、市場が閉じた夜間では、バブルの前・後で先物市場の構造だけが変化したものと考えられる。バブル後の夜間の先物市場構造の変化の理由の1つは、日本市場が閉じた後も海外で日経先物の取引が続いているために、海外での先物価格の変動が翌朝の日本での先物価格に影響を及ぼしているためであろうと考えられる。

[注]

1) Geweke (1986), Herdly (1986), Pantula (1986), Zin (1986) は Engle and

Bollerslev (1986a) のコメントを行い、Engle and Bollerslev (1986b) はそれらの返答を行っている。また Nelson (1991) は、これまでの GARCH モデルの欠点を3つ挙げ、それらの欠点を改善する新しい形の ARCH モデルを提案している。

現在では、ARCH モデルを含めて GARCH モデルと呼ばれることもあり、特に GARCH(p, q) モデルは下式の2番目の式を示す。そこで、実証分析を行うときには第1番目の式を同定しなければならない。

$$y_t = E[y_t | \Psi_{t-1}] + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t | \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t), \quad E[\varepsilon_t \varepsilon_{t+s} | \Psi_{t-1}] = 0, \quad s=1, 2, \dots$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

ここで、 $\alpha_0, \alpha_i, \beta_i$ はパラメータであり、 $\Psi_t = \{\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots\}$ であり、 $N(0, h_t)$ は平均ゼロ、分散 h_t の正規分布を表す。GARCH(p, q) モデル自体は独立・従属変数のモーメントは2次形式であるが、そのモデル形態は移動平均自己回帰 ARMA(p, q) モデルと類似し、ARCH(q) モデルは上式の第2番目の式の $p=0$ のケースであり、自己回帰 AR(q) モデルの形態と類似している。さらに GARCH(p, q)-Mean(GARCH(p, q)-M) モデルは上式の1番目の式に h_t を加えた

$$y_t = E[y_t | \Psi_{t-1}] + \delta h_t + \varepsilon_t$$

で与えられる。ここで δ はパラメータを表す。

実証分析として、Engle and Kraft (1983) は1948年第2四半期から1980年第3四半期のインフレーションを AR(4)-ARCH(∞) モデルで推定を行い、Schwert and Seguin (1990) は株式ポートフォリオの ARCH 効果を検証し、Hamao, Masulis, and Ng (1990) は東京とロンドンとニューヨークの各代表的な指数の収益率を MA(1)-GARCH(1, 1)-M モデルで分析している。また多変量 GARCH モデルとして、Chan, Chan and Karolyi (1991) は S & P 500 指数と S & P 500 指数先物の5分刻みの価格変動率を2変量 AR(1)-GARCH(1, 3) で分析し、拙稿(1992) は日経指数値と日経先物価格の各変動率を2変量 AR(1)-ARCH(q) モデルで分析している。ここで、拙稿(1992) と Hamao, Masulis, and Ng (1990) はダミー変数を加えて日中収益率と夜間収益率を区別し、Chan, Chan and Karolyi (1991) は夜間と市場開始5分にたいして、それぞれのダミー変数を加えている。

- 2) 時系列データの場合には、誤差項の分散は時間に依存せず一定で、誤差項の共分散は時間に依存せずゼロである。
- 3) Bollerslev, Engle and Wooldridge (1988) は第二・三の仮定をともに緩和させたモデルであり、3カ月・6カ月の財務省ビルと20年の財務省ボンドを用いて、次の条件付き共分散を持つ3変量 GARCH(1, 1)-M モデルを使った3変量 CAPM の分析を行っている。

$$y_{it} = b_i + \delta \sum_{j=1}^3 \omega_{ij} h_{ijt} + \varepsilon_{it}, \quad \varepsilon_t | \Psi_{t-1} \sim N(0, \mathbf{H}_t)$$

$$h_{ijt} = \gamma_{ijt} + \alpha_{ijt} \varepsilon_{it-1} \varepsilon_{jt-1} + \beta_{ij} h_{ijt-1}, \quad i, j = 1, 2, 3, (i \leq j).$$

ここで、 b_i , α_{ij} , β_{ij} , γ_{ij} はパラメータであり、 δ はスカラー定数のパラメータであり、 ω_{ij} はマーケットポートフォリオを求めるためのウェイトを表す。 $N(0, \mathbf{H}_t)$ は平均ゼロ、分散 \mathbf{H}_t の正規分布を表す。ここで、 \mathbf{H}_t は h_{ijt} を要素とする 3×3 対称行列である。

- 4) 時系列データの場合には、誤差項の分散・共分散は時間に依存する。
- 5) 一般に誤差項の分布は正規分布に従うという仮定の下で分析が進められるが、Weiss (1986) は誤差項が正規分布であることを仮定せず ARCH モデルの解析を行い、Bollerslev (1987) は誤差項が条件付き t 分布に従う仮定の下で、ニューヨーク外為市場での英国ポンドと独マルクの対米国ドルの日次スポット・レートを GARCH(1, 1) モデルで分析している。
- 6) このことは Akgiray (1989), 拙稿 (1993), Mills (1990) が詳しく解析している。
- 7) 実際には、期近物の満期日前約 1 カ月の間で期近物と期先物との取引量の逆転が起こり、この期間では 2 銘柄が同時に取引されていることになる。
- 8) 期近物の収益率が採用されたあと、期近物の満期日が訪れるまでは、期近物の 1 日の取引数量は減少関数の如く低下していき、期先物の 1 日の取引数量は増加関数の如く増加していく。したがって、一旦、期先物の 1 日の取引数量が期近物の 1 日の取引数量を上回ったなら、それ以後、期近物の満期日が訪れるまでに再度、期近物の取引数量が期先物の取引数量を上回ることはなかった。
- 9) 1990 年 10 月 2 日は日経先物のストップ売高により取引が行われなかったために前日の終値を 10 月 2 日の始・終値に使用した。
- 10) 標本歪度が正であれば、平均値より大きい範囲に膨らみがある分布であり、標本歪度が負である場合にはその逆であることが知られている。
- 11) 詳細は拙稿 (1992) の表 3 を参照されたい。
- 12) 詳細は拙稿 (1992) の付表 2 を参照されたい。
- 13) モデルの同定は AR モデルのラグの次数と ARCH モデルのラグの次数を 1 次ずつ高次に上げていって、そのときに加えられた回帰係数が有意であるなら、さらにもう 1 次高次に上げて、加えられた回帰係数が有意でなければその前の次数で終わるという方法をとった。推定には BHHH 法を使った最尤法を採用した。BHHH 法の詳細は Berndt, Hall, Hall and Hausman (1974) を参照されたい。
- 14) 指数はどの期間をとっても AR モデルの夜間収益率の定数項 (c_{50}) からの影響が有意であるが、先物は全期間とバブル前期間で AR モデルの夜間収益率の定数

項 (c_{i0}) からの影響が有意である。先物の AR モデルと誤差項の条件付き分散はバブル後期間では日中収益率の定数項 (c_{i1}, α_{i1}) からの影響が有意である。指数・先物の誤差項の条件付き分散はともにどの期間をとっても誤差項の条件付き分散の日中・夜間収益率の定数項 ($\alpha_{s0}, \alpha_{s1}, \alpha_{i0}, \alpha_{i1}$) からの影響が有意である。

- 15) 以下、参照すべき回帰係数を括弧内に表しておく。
- 16) 残差の自乗をショックと呼ぶことにした。そもそも残差は OLS の回帰分析で説明できなかった部分であり、残差自体がショックであるともいえるが、ここでは残差を自乗したものをショックと呼ぶことにした。
- 17) 詳細は拙稿 (1992) の付表 3.2 を参照されたい。また拙稿 (1992) は日経指数・先物収益率の 2 変量 ARCH モデルを使って実証分析を行った結果、情報伝達の視点から、指数よりも先物が経済状況をより速く反映すると述べている。
- 18) 詳細は拙稿 (1992) の付表 3.3 を参照されたい。

[参考文献]

- Akgiray, V., 1989, "Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts," *Journal of Business*, 66, pp. 55-80.
- Berndt, E. K., B. Hall, R. E. Hall, and J. A. Hausman, 1974, "Estimation and Inference in Non-Linear Structural Models," *Annals of Economic and Social Measurement*, 3, pp. 653-665.
- Bollerslev, T., 1986, "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity," *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307-327.
- , 1987, "A Conditional Heteroscedastic Time Series Model of Security Prices and Rates of Return Data," *Review of Economics and Statistics*, 59, pp. 542-547.
- , 1991, "Modelling Short-Run Nominal Exchange Rates," *Review of Economics and Statistics*, 72, pp. 498-505.
- Bollerslev, T., R. Y. Chou, and K. F. Kroner, 1992, "ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence," *Journal of Econometrics*, 52, pp. 5-59.
- Bollerslev, T., R. Engle, and J. Wooldridge, 1988, "A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances," *Journal of Political Economy*, 96, pp. 116-131.
- Bollerslev, T., R. Y. Chou, N. Jayaraman, and K. F. Kroner, 1990, "ARCH Modeling in Finance: A Selective Review of the Theory and Empirical Evidence, with Suggestions for Future Research," May, Unpublished

manuscript.

Chan, K., K. C. Chan, and G. A. Karolyi, 1991, "Intraday Volatility in the Stock Index and Stock Index Futures Markets," *Review of Financial Studies*, 4, pp. 655-684.

Cramer, J. S., 1986, *Econometric Application of Maximum Likelihood Methods*, Cambridge University Press.

Engle, R. F., 1982, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of U. K. Inflation," *Econometrica*, 50, pp. 987-1008.

———, 1984, "Wald, Likelihood Ratio, and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics," *Handbook of Econometrics* (Chapter 13), Elsevier Science Publishers.

Engle, R. F. and T. Bollerslev, 1986a, "Modeling the Persistence of Conditional Variances," *Econometric Review*, 5, pp. 1-50.

———, 1986b, "Modeling the Persistence of Conditional Variance: A Reply," *Econometric Review*, 5, pp. 81-87.

Engle, R. F. and D. F. Kraft, 1983, "Multiperiod Forecast Error Variances of Inflation Estimated from ARCH Models," in: A. Zellner, *Applied Time Series Analysis of Economic Data: Proceeding of the Conference on Applied Time Series of Economic Data*, Washington, D.C., Department of Commerce, Bureau of the Census, pp. 293-302.

Geweke, J., 1986, "Modeling the Persistence of Conditional Variance: A Comment," *Econometric Review*, 5, pp. 57-61.

Harvey, A. C., 1990, *The Econometric Analysis of Time Series*, 2nd ed., Philip Allan, London.

Hendry, D. F., 1986, "An Excursion into Conditional Varianceland," *Econometric Review*, 5, pp. 51-62.

Lee, S. B. and K. Y. Ohk, 1992, "Stock Index Futures Listing and Structural Change in Time-Varying Volatility," *Journal of Futures Markets*, 12, pp. 493-509.

Mills, T. C., 1990, "Conditional Variance Models and Related Topics," in *Time Series Technique for Economists*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 325-341.

中川裕司, 1992, "2変量 ARCH モデルによる日経平均株価指数・先物日次収益率の時系列分析 (Time Series Analysis of Nikkei Index and Nikkei Index Futures Daily Returns by Bivariate ARCH Model)," 南山論集 (南山大学大学

- 院経済学研究科・経営学研究科), 20, pp. 19-42.
- , 1993, “ARCH モデルによる日中・夜間収益率の条件付きボラティリティの推定 (Estimate of the Conditional Volatility of the Intraday and Overnight Returns by ARCH),” 日本経営数学会誌 (商業数学会誌), 15 (改題通巻 45), pp. 11-20.
- Nelson, D. B., 1991, “Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach,” *Econometrica*, 59, pp. 347-370.
- Pantula, S. G., 1986, “Modeling the Persistence of Conditional Variance: A Comment,” *Econometric Review*, 5, pp. 71-73.
- Schwert, W., and P. Seguin, 1990, “Heteroscedasticity in Stock Returns,” *Journal of Finance*, 45, pp. 1129-1156.
- Weiss, A. A., 1986, “Asymptotic Theory for ARCH Models: Estimation and Testing,” *Econometric Theory*, 2, pp. 107-131.
- Zin, S. E., 1986, “Comment,” *Econometric Review*, 5, pp. 75-80.