岐阜経済大学論集 30 巻 4 号（1997 年）

クールノーの数理経済学の方法

一　柳　正　和

1　はじめに

16 世紀頃から物体運動の研究が始まり，変化する過程を記述する数学が開発された。変数という概念が代数学の未知数の発展形態として生まれた。また，代数的関係式の一般化から関数概念も誕生した。17 世紀には関数について研究する解析学が，中心課題になった。Newton と Leipniz によって微分積分学が創始された。19 世紀にはいると，その対象領域と適用範囲を広げた代数学が新しい理論を次々と生み出していった。解析学は，その具体的内容を捨象した変量の間の従属関係を抽象的に研究する数学の一つの分野であり，力学や工学の諸問題の解決に威力を発揮した。このようにして発展してきた数学の特質は何といってもその抽象性，論理的

厳密性，および適用範囲の広さである。さらに強調されるべきことは，数学の論理方法は真理とひとまず無関係に展開される点である。したがって，科学的であろうとする限り出来る限り数学を利用する方が望ましい。事実，ほとんど全ての科学は数学を多かれ少なかれ大いに利用してきた。

我々の世紀の科学の特徴の一つは，諸分野の進歩に加えて境界領域の分野が開拓されたことであろう。なかでも，情報と制御を包括的に扱うサイバネチィクスの理論は，諸科学分野にまたがる横断科学として，研究方法論に新たな要素を付け加えた。サイバネチィクスと並んで情報科学も，統一的科学観を形成するものとして注目されてきた。

経済学に数学的方法が組織的に導入されたのは，A. A. Cournot（1801-77）に始まり，その後，数理統計学的方法や近代数学的理論と結び付いて数理経済学は発展してきた。この過程で，現代数学が経済学に格好の応用例を見つけ，数学者が積極的にこれに寄与してきた。現代は高度に情報化された時代であり，経済現象は多岐にわたり，しかも複雑な様相を呈している。いきおい品質管理やオペレーション リサーチ（OR）といった管理工学が科学的方法として経済学の領域に導入されてきた。大型電算機を利用すれば，相当程度まで管理工学的手法で多岐にわたる経済現象の本質に迫ることは可能になった。その半面，用いられる数学的手法は一定の数学的訓練なしには到底理解できないまでに抽象化されてしまった。また，得られた結論の具体的有用性が問題になると，数学的方法には少なくない疑念が付きまとっていた。これらの結果は無反省な適用万能主義と数学自体の理解を欠いた無用論を広めた。したがって，筆者が本稿で問題にしたい事柄は，経済学の方法と数学の方法との根元的関係である。

その発展の過程において数学は他の分野，特に物理学を隣接領域に持った。物理学の対象は，自然現象の中でもどちらかといえば簡単であり，しかも微視的領域まで分析可能なものであった。物理的現象のどれもが研究されたわけではなく，天体の運行のように自然現象の中でも分析可能なも

のが先ず研究の対象にされた。しかし，目に見えない領域まで分析を進めていくとき論理的思考が不可欠であった。ところで，物理学の一般的原理と称されるものは，比較的に少数のしかも一定の形式を備えたものであることは科学的認識にとって重要な点である。物理学の場合，法則（或いは，理論）という場合は，現象を「記述する」ということであり，具体的にある現象が確かにそうした法則に従っていることを示すことを「説明する」といっている。現象の特殊性（個別性）は，実験的に研究されてきたのであったが，今日では物理学の理論によって「説明される」ようになってきている。科学方法論に即して言うならば，「現象を記述する」ということは「現象を分析する」過程であり，「現象を説明する」過程が総合の過程（上向の過程という）である[1]。物理学の場合，後者の総合の過程でも数学的方法が用いられる。物理学に限ったことではないが，弁証法的認識は現象の背後にいつも本質の存在を認め，本質からの必然的な展開として現象を説明することを正しい研究方法と位置付けている。

ここで扱う話題は『クールノー；富の理論の数学的原理に関する研究』[2]に於ける経済学の数学的方法に関する事柄である。この著書は，微積分学を経済理論に応用した最初の文献といわれている。何故，この著作を取り上げるかといえば，この著書におけるクールノーの数学に対する理解の深さ，その適用の妥当範囲についての把握の正確さは到底，亜流数理科学者の及ばないところであるように思えるからである。この著書は，次のように構成されている：

序　文
第 1 章　交換価値或いは富一般について
第 2 章　価値の絶対的及び相対的変動について
第 3 章　為替について
第 4 章　需要の法則について
第 5 章　独占について

第 6 章　独占生産品に対する租税の影響について
第 7 章　生産者の競争について
第 8 章　無制限の競争について
第 9 章　生産者の相補関係について
第10章　諸市場の連絡について
第11章　社会所得について
第12章　通商より生ずる社会所得の変動について

前半の六つの章では，具体的に経済現象が（数学を用いて）分析され，一つの法則（ここでは方程式）が見つけられる。即ち，分析の過程が展開されている[3)]。残りの章で，分析の過程で捨象した事柄を次々と追加し，得られた法則が具体的な現象の説明に用いられる。こちらは総合の過程である。

Cournot に始まったといわれる数理経済学は，経済的関係式をより普遍的な原理から数学的に厳密に導くことをその目的に掲げて発展してきた。しかし経済現象の複雑性に鑑み，そこで得られた数学的経済関係式からの「外れ」にこそ有用な経済学的情報が含まれているのである。Cournot 曰く：「富の理論に於て起る総ての問題と同様に，此の問題に於ても，理論的に引き出された原理は，多数の応用を一般的に支配する，けれどもそれは各個の場合にそのままに適用せられてはならないのである。（第 17 節）」現代物理学に俟つまでもなく，法則からの実測値の「外れ」を包容するところに，科学の法則の確実性（安定さと言ってもよい）が認められるのである。「何からの外れであるか」を明確に定義するところに，Cournot の数理経済学の学問性がある。「外れ」の統計的解析からも，本質的に新しい法則が導かれることもある。経済学では，この課題は計量経済学で扱われる。

経済学の課題は，経済社会の仕組とその運動法則を解明することに在るとされている。それらは歴史的に規定されつつも客観的な法則なのである。我々が知りたいのは，数々の歴史的事実（の羅列）ではなく，かかる

法則性なのである。ときには経済学の有効性が問題視されること（認識主体は？）があるが，科学的に認識された経済現象の法則性は経済学の有効性とは独立に扱われるべき客観的な存在であろう。既存の経済理論では分析することの出来ない現象が，次々と現われる時期もあるに違いない。しかし，このことが直ちに「現代経済学の立ち遅れ」を意味するものとも思えない。社会科学に限らず，自然科学においても「理論」と「応用」の間には未知の領域が立ちはだかっていることが常である。「現実に密着した理論はよいが，現実と距離を置く基礎理論は無用である」といった乱暴な（ここに現われた‘現実’とか‘距離を置く’とかいった言葉は何時も定義されていない）意見も聞かれるが，現実の経済現象を「記述」したり，「説明」したりすることからひとまず離れた所での，理論の弁証法的構造を確立するという課題が未だ存在している。理論の論理的スキームが確立していない段階で複雑な経済現象にそれを適用することは，必ずしも実のあるものではないであろう。本稿は，このような視点からの数理経済学の方法論に関する試論である。その際の主要な視角は，一方の分野では自明な結論が他の分野では重要な結論を含意しているところの，理論の同型性の発見に向けられる。現代数学の発展に於いて，理論の同型性の発見が大きな威力を発揮してきたことは良く知られている。

2　Cournot の数学的方法の特徴（その１）

前節に於いて強調しておいたように，諸現象の普遍性は「法則」の形式をとる。諸科学の研究において法則性が課題とされる段階は，諸現象の「記述（乃至分析）の過程」である。Cournot の方法の特徴は分析の過程と総合の過程でいささか趣を異にするから，別々に見ておくのが適当と思われる。この節では，分析の方法について見ておく。

先ず，Cournot の方法の特徴を著書の序文から見ていくことにしよう。

当時，経済学に数学を応用することに関して多くの誤解が生じていた。その理由は，「一方に於いては，理論に数学を応用しようと考えた少数の人々が理論を眺める観点を誤ったことに在り，他方に於いては，経済学の問題に就いては賢明にして精通せる人々が，数学には縁遠い為に此の解析に対して抱くところの誤解に基くものである。」と，指摘する。当時の経済学者は，数学といえば「単に数の計算」と誤解していた。また数学を経済学に用いた場合でも，「冗長な算術的計算に依って糊塗したものであった。」だからといって，数学の利用を拒否してはならない。「数学解析に長ずる人々は，その目的が単に数を計算するに止まらず，進んで数字的〔数値的；筆者註〕に表現し得ざる大いさの関係を見出す為にも，又其の法則が代数的記号を以て説明し得ざる函数間の関係を見出す為にも用いられることを知っている。」[4]「代数的記号法を理解する者は，実用算術に於ては，その所を得ざる規則のために，多大の苦労を以てしてのみ到達せられる諸々の結果を，方程式を一見して読み取ることが出来るのである。」(さらに追加すると，最後の部分に「正確なる記号及び最も厳密なる証明方法を以て，幾多の論争文献に依って投げかけられ諸々の困難を数行の中に説明することは常に利益であろう。(第87節)」，「余が知れる範囲に於いて，経済学のこの基本的原理は，常に漠然とは理解せられているものの未だ曽つて厳密なる推論に依って証明せられたこともなく，又その真実の前提から演繹せられたこともない。(第90節)」とある。)

数学者でもあったCournotは，同時代に代数学がその対象と適用範囲を広げ質的に新しい理論に生まれ変わりつつあることを良く知っていた。18世紀までの代数はまだ，単に具体的な数を捨象して一定の形式的な規則に従って考察する算術的演算の理論でしかなかった。19世紀には，数よりも遥かに一般的な〈変量〉なる概念が代数学に取り入れられるようになった。彼の時代は，〈量〉と言ってもその本来の意味すら失うような一般化が日程にのぼってくる時代でもあった。即ち，代数学的演算に似た演算が

適用できるものならば何でも代数学の問題として扱われ得るのである。

Cournot は，「余は数学的分析を適用し得ない問題，或は又既に充分解決せられたと思われる問題は措いて問わない。」と述べ，経済現象の何から何まで数学で扱えるとは主張していない。数学的に分析可能なものだけを数学的研究の対象にするというわけであり，この点は物理学の発展に学んだものと思われる。彼は，数学的手法が適用できる条件として「富の概念」を抽象的に扱うことを挙げている。「商業の拡張及び商業方法の進歩は，事物の実際状態を益々此の抽象的概念の状態に近ずける傾きがある。理論的計算は，唯この抽象的状態の上にのみ築かれ得るのである。（第2節）」 この方法論は，Galireo が摩擦の無い理想化された条件下で落体の法則を見つけたときに用いたものに類似している。さらに Cournot は，「之に反して吾々の考える富の抽象的概念一の完全なる確定関係を構成し，凡ゆる正確な概念と同様に理論的演繹の対象たり得る。（中略）吾々の理解せんと努める富の理論は，その基礎たる富或は交換価値なる概念が，吾々の社会状態に於て富を構成する事実上の対象と余りにかけ離れる場合に，明らかに一の無用なる空想となろう。（中略）文明進歩の影響は，事実上の可変的な諸関係を，絶えず吾々が抽象的考察に依って到達する完全関係に近ずける傾向がある。（第6節）」と主張する。ここには，確率論の大数の法則の知識が裏打ちされている。

「吾々が，或る科学の依って立つ根本概念に立ち返って，これを正確に公式化せんとする場合には，殆んど常に諸々の困難に逢着する。その困難たる，時としてはこれ等概念の性質そのものから生ずるものであるが，多くは言語の不完全より来るものである。（第7節）」 経済学に数学を適用するためには先ず根本概念を正確に定義しておかなければならない。このとき我々は，「観察のみが供給し得る要素乃至材料を従来為されたより一層よく確定することに努める（第20節）」ようにしなければならない。この視点から彼は，「財の価格は供給量に反比例し需要量に正比例する」とい

う原理に疑問を投げかける。用いられている基本概念を厳密に定義しておかないと，「それは誤れる命題ではない（中略），それは意味のない命題である（第 20 節）」ということになる。

彼は先ず価値を定義し，一つの商品の価値は他の商品との比較に於いて現われる概念であり相対的価値のみが考察の対象となり得ることを示す（第9 節）。相対的価値の変動は，対数を用いて表わすと便利である。例えば，二つの商品の価値の比は対数の差で表わすことになる。「若し理論上或る商品が，その価値に絶対的変動を生じ得ないことが示されるならば，吾々は他の総ての商品をこれに対照することに依って，それ等の相対的変動から直ちにその絶対的変動を導き得るであろう。」 しかし，そのような性格の商品は実在し得ない。「そこで完全なる確定性に必要なる条件を具備する商品がないとするならば，吾々は勿論抽象的存在のみを有するその一つを想像することが出来る。又想像せねばならない。それは理論の理解を容易にする為の補助的比較手段として現われるに止まり，最終の応用に於ては消え去るべきものである。（第 11 節）」

これは，総ての商品の価値が同一の尺度で測られるという指摘である[5)]。ここに方法論の見事な雛型を見る思いがする。現実の複雑な現象を研究対象にする場合，ここに見られるような方法的抽象化が不可欠である。複雑な現象は「良く分からない」から複雑に見えるのであり，ありのまま観察していたとしても「良く分からない」と言う以外にない。

蛇足になるが，この文脈での相対的とか絶対的ということの重要性について触れておこう。測るものと測られるものとの関係について簡単に反省しておこう。時計を使って時間（間隔）を計る場合には，二つの時刻の差を求めればよい。このとき時計（測るもの）は正確に動きさえすれば時刻（絶対的数値）が合っていなくても一向に差し支えはない。物差しで長さを測る場合にも同じ事情がある。商品の価値を測ることは，あたかもある時計を使って他の時計の動きを調べるようなものであり，どちらが測るもの

でどちらが測られるものかは判定できない。物理学の場合には，メートル原器（地球に唯1個）や1秒を正確に決定する分子時計等が標準器具として設定されている。「総ての商品の価値を同一の尺度で測る」とは，丁度メートル原器に対応する概念を経済学に持ち込むことに該当する。

第3章では，抽象化された仮定の下で「為替の方程式」が導かれ，経済均衡関係が定式化されている。ここで扱われる問題は多変数の複雑な関係ではあるが，行列の記号を巧みに利用し直観的に扱えるまでそれを抽象化している。しかし，「けだし為替相場は，数学的正確さを以て定められるものではなく，又現送費が為替調達の費用を甚だしく超過しない場合には，特殊の理由に基いて貨幣の運送が行われることもある。富の理論に於て起る総ての問題と同様に，この問題に於ても，理論的に引き出された原理は，多数の応用を一般的に支配する，けれどもそれは各個の場合にそのままに適用せられてはならないのである。（第17節）」と述べ，理論の意義とその適用限界を明確に意識している。

経済現象に限らず総ての実験で得られる結果は，理論値から外れることが実際的である。理論が予測する数値は言わば「公共の値」を含意するものであり，理論的考察においては，一般にその値からの外れ自体にこそ重大な意味を発見することが多いのである。ここに，具体的なものから出発して抽象的なものに至る分析の方法の役割がある。理論が無ければ，それらの測定値は蝶が舞う如くに（例えば，日々の株価の変動）此処彼処と，ランダムに変動するのみで「外れ」を問題にすることすら出来ないのである[6)]。

3 「需要の法則」の導き方

Cournotが成さんとするところはこの「需要の法則」を数学的に証明することである。これを展開するに当たってCournotは，この法則を与えられた経験的事実として出発する。彼は先ず，価値の変動の尺度を定義す

る。全ての変動には絶対的変動と相対的変動というものが考えられるが，測定にかかる変動は相対変動であることを物理学の例から我々は学び取ることができる。太陽は他の惑星の相対的運動を調べるときの基準となっているが，現実の商品の中にこれに匹敵する対象を見つけることは出来ない。需要の法則を導く為には，そのような条件を満たしている抽象的商品を想像しなければならない。しかし，「それは理論の理解を容易にするための補助的比較手段として現われるに止まり，最終の応用に於いては消え去るべきものである。(第 11 節)」

数学的考察を進めるに当たっては，先ず最初に研究対象に関して明確な定義を与えておかなければならない。そのためには，具体的なものを表象しながら対象を抽象化しなければならない。そこで，Cournot は「一般的な商品」なる像を作る。この像の意味するところは，「社会経済に於いて演ずる役割は殆ど重要性を有しないもの (第 20 節)」を考察の対象からひとまず排除することである。

ところで，需要量とは何だろうか。これは「勿論買手の需要に対して事実上売られる数量ではない。」一般に，販売量と需要量（D なる記号を用いる）とは同意義であると考えるならば，売上高をもって需要量を測定することができる。然しながら，「需要の法則には，列挙することも測定することも出来ない多数の精神的原因が影響するが故に，吾々はこの法則を代数的公式を以て表現し得るものと期待し得ない。」けれども，解析的方法を採用することになる。何故ならば，「解析の最も重要な任務の一つが正に数字的価値〔数値のこと：筆者註〕はもとより代数的形式さえも全く与え得ない諸量の間に，一定の関係を規定するにあることはあまねく知られたことである。(第 21 節)」 したがって，Cournot は需要量（D）をある商品の価格（p）の函数であるとする；

$$D = F(p) \tag{1}$$

函数 $F(p)$ の形を求めるためには，需要量と価格に関する統計的データを利用するしかない。然しながら，そのようにして求められる函数の形は折れ線グラフで近似されるものに過ぎず，解析的手法に馴染まない。それ故彼は，この函数は連続な函数であるという仮定をおく。この仮定にはしっかりした根拠があった。「併し市場の範囲が広くなる程，又消費者の必要，資力，進んでは気紛れの組合せが変化に富めば富む程，函数 $F(p)$ は益々 p と共に連続的に変動することになる。（第22節）」 これは今日からすれば Gauss の誤差法則（18 世紀末に証明されていた）の意味するところである。現実の様々な利害のぶつかり合いが不確実性を助長するのでなく，かえって需要の法則を（確率的な）法則ならしめるのである。さらに大切な点は，この仮定自体は「価格の変動が原価格の小分数なる限り，需要量の変動は明白に価格の変動に比例する〔反比例する：筆者註〕」ことを含意していることである。換言すれば，函数 $F(p)$ は全ての p に対して 1 次の微係数を持つから価格の変動 Δp に対応する需要量の変分 ΔD は

$$\Delta F(p) = \frac{dF(p)}{dp} \Delta p \tag{2}$$

で与えられることを意味している。ここで微分係数の符号は負であることが，両者の変動の解析から要請される。「この原理は函数の連続なることの単なる数学的帰結に他ならない。けれども，理論が充分発達して，自ら数字的解決〔数値解のこと：筆者註〕を与え得ることとなれる場合に，この原理が或は価値の変動を支配する法則の解析的表現を簡単にすることに依って，或いは吾々が経験から借りて来る事実の数を現象することに依って，如何に理論の応用を容易ならしめ得るものであるかは明白であろう。（第 22 節）」 数学的に函数を考察するならば定義域とか領域といったものを明確にして進めなければならない。定義域は価格の実際の変動の幅を想定すると有限領域でよい。しかし，解析的議論を簡潔にするには無限領域でそれを近似することが許される。例えば，Gauss の誤差法則の証明にお

いて現実に起こるであろう誤差は，ある有限の範囲内のものであるが，数学的には無限の大きさのものまで含めた方が遥かに簡明であるばかりでなく，厳密な取扱いに適っていることが知られている。Cournot はこのあたりの方法論を明確に意識している。

函数 $F(p)$ の形は，次の変分原理（利潤最大の原理）[7)]

$$『函数\ pF(p)\ を極大にせよ』 \tag{3}$$

で決定される。この原理の意味するところは次の通りである。価格が高ければそれに反比例して需要量は下がり，逆に，価格が下がればそれに反比例して需要量は上がるであろう。したがって，収益 $pF(p)$ が最大になる時の p と $F(p)$ の値を求めることは理に適っている[8)]。この種の変分原理によって自然現象の法則を導くという手法はルネッサンス時代の特徴である。物理学におけるてこの原理，最小仕事の原理，ダランベールの原理などはその代表例である。

上の変分原理の条件を満たす解は次の微分方程式で与えられる；

$$F(p) + pF'(p) = 0 \tag{4}$$

これを解いて

$$D = F(p) = (\text{定数})/p \tag{5}$$

を得る。これで，「需要量は価格に反比例する」ことが証明された。

ここで Cournot が変分原理を用いて需要の法則を導いた方法論の特徴を整理してみることは有益である。先ず第一に，需要と供給と言った場合にはそれらは買い手と売り手という 2 項関係を含意しているが，変分原理(3)ではそのことは原理の背後に退けられている。対立し合う二者の利害は，「極大値」を実現する方向に作用すると表現されているのである。このことによって「測定することの出来ない多数の精神的原因の影響」を排

除することが出来た。

変分原理(3)では，一つの商品が他の商品と無関係に取り扱われているように思われるかもしれない。しかし，然に非ずである。それがこの方法の第二の特徴である。例として，二つの商品の場合を考えてみよう。この場合には，収益函数は $p_1F_1(p_1\,;p_2)+p_2F_2(p_1\,;p_2)$ と仮定すればよい。これで一方の商品の価格の他の商品の需要量への影響を一般的に考慮したことになる。収益函数をこのように一般化しても，変分原理は同じ形式をとる。

需要量 $F_i\ (i=1,2)$ に関する条件なしにこの変分問題を解くことはあまり有益な方法ではない。例えば，一方の価格が他方の需要量に及ぼす影響には対称性があると考えて

$$p_1\frac{\partial F_1}{\partial p_2}=p_2\frac{\partial F_2}{\partial p_1} \tag{6}$$

を要請すると，変分原理(3)で証明された需要の法則(5)が再現できる；

$$D_1=F(p_1^0,p_2^0)\propto\frac{1}{p_1^0}\quad (D_2\ \text{に関しても同様の式を得る}) \tag{7}$$

(5)式の定数が他の商品の価格に依存するだけである。二つ以上の商品の場合の証明も本質的にこれと同じである。即ち，変分原理(3)を需要の法則を決定する最も一般的な原理と看做すことが出来るのである。

4　独占価格の法則

需要の法則(4)は，独占価格を決定する問題にも適用される。この過程で法則(4)を導く際に考慮されていなかった，しかし現実的な拘束条件が加味されていく。第一には，収益函数が純収益函数に書き換えられる。後者は，生産費の総量であり，$\phi(D)$ と書くことにする[9)]。D は $F(p)$ に等しい。したがって，変分原理は

$$『純収益函数\ pF(p)-\phi(D)\ を極大にせよ』 \tag{8}$$

と定式化される。この変分問題の解は

$$F(p)+\frac{dD}{dp}[p-\psi(p)]=0 \quad \left(但し\quad \psi(p)=\frac{d\phi(D)}{dD}\right) \tag{9}$$

である。函数 $\psi(p)$ は，今日限界生産費と呼ばれているものに該当する。

新しい需要の法則を求めるためには微分方程式(9)を解かなければならないが，それには経済現象に則して $\psi(p)$ の函数形を具体的に決定しなければならない。ここで函数 $\psi(p)$ は需要量 $F(p)$ が決まらないと函数形が決められないことに注意しなければならない。つまり，「その形は経済学の主要問題の解決に重大なる影響を及ぼすものである。」(9)式は見かけ以上に複雑な方程式（法則）なのである。それ故，数学の問題として(9)式を解くことには全く興味がない。たとえ複雑であるとはいえ，(9)式が需要の法則の一般形であるからには，その有用性は具体的状況を表象しながら具体的に解いていって，経済学的に有益な結論を導かなければならない。方法論として重要な点は，結論自体は措定された条件の下で(9)式から一意的に導かれるものであるが決して自動的に（計算をするだけで）導かれるものではないということである。表象に依存して様々な結論が(9)式から導かれるに違いない。しかし，如何にしても導くことのできない経済学的結論は，たとえ常識的に見て有益であったとしてもそれらは決して論理的に正しい結論とは看做せない。

生産費 $\phi(D)$ はその性質上 D が増えれば必ず増加する。研究の目的からすると生産費函数 $\phi(D)$ 自体の条件を吟味することは興味がない。また，生産費函数 $\phi(D)$ に対する条件を一般的に述べることは出来ないが，少なくとも次のことは言える。生産量が dD だけ増加したときには $d\phi(D)$ だけの生産費が増加するが収益は pdD だけ増加するにすぎないから，pdD は $d\phi(D)$ よりも大でなければならない；

$$p > \psi(p)\left(=\frac{d\phi(D)}{dD}\right) > 0 \tag{10}$$

これは数学的帰結ではなく現象論的法則である。最も単純な仮定は生産費函数 $\phi(D)$ は需要量 D に比例する（したがって，$\psi(p)$ は正の定数となる）と考えることである。さらに，方程式(9)の解 $p = p_0$ の近傍で函数 $\psi(p)$ を調べてみると，

$$\frac{\psi(p)-\psi(p_0)}{p-p_0} = \frac{F(p_0)}{F'(p_0)(2-\psi(p_0))+F''(p_0)(p_0-\psi(p_0))} \geq 0 \tag{11}$$

でなければならない。$\psi(p)$ は p の増加函数である。つまり，「価格は限界生産費が増加するとそれに連れて上昇する」ことが分かる。このときの比例係数は，需要函数の函数形（或いは，販売の法則）に強く依存する。

以上は著書の第５章の内容のあらましである。何故，この章の展開が必要であったのか。需要の法則(5)は，まだ抽象的な形式であり，何を測定すればこの法則の正しさが証明されるかは示されていない。そのため我々は法則(5)を導く過程で消去したものをここではもう一度考察の対象に引き戻し，具体的な結論を法則(9)から導いた。(11)式は法則(9)からの必然的帰結であり，測定によってチェックされるべき内容である。ちなみに，(11)式の含意は深い。

第６章で租税の問題を考察するとき，(9)式がさらに具体的に分析される。

第一に，需要量に比例した租税が考察される。この制度を記述する法則は(9)式の拡張により

$$F(p)+\frac{dD}{dp}[p-\psi(p)-i]=0 \tag{12}$$

で与えられる。

第二には，販売量に比例した租税モデル

$$(1-n)F(p)+\frac{dD}{dp}[(1-n)p-\psi(p)]=0 \tag{13}$$

が考察されている。

これら二つのモデルの本質的違いは何処にあるかと言えば，それは法則(13)の方は変分原理(8)の変形

『純収益函数 $(1-n)pF(p)-\phi(D)$ を極大にせよ』 (14)

の解であるが，法則(12)の方は限界生産費の解釈の変更に過ぎない点である。即ち，法則(12)を演繹する原理は見つからないから，定数 i を決める新しい原理を導入しなければならない。この場合新しい原理と最初の変分原理がどのような関係にあるかという問題が必然的に発生する。この意味で(12)式の方は現象論的方程式と看做される。変分原理(14)の特徴を述べておこう。変分原理(8)の変分変数は価格であったが，(14)では価格のほかに租税率 n も変分変数であるから「国庫の総収入を最大にする」原理も新しい変分原理は含んでいるのである。したがって，法則(12)の場合のように新たな原理に頼らなくても済む訳である。

5　生産者競争の解析

生産者の間に起こる競争の法則も「需要の法則」を導いた変分原理から導くことが出来る。簡単な場合として2人の生産者が全く独立に，ある商品を生産している場合を解析してみよう。このときの総需要量は D_1+D_2 に等しい。需要量 $D=(D_1+D_2)$ は総販売高 $F(p)$ に等しいと置いた。このことから価格を需要量の函数として表わすと

$$p=f(D_1+D_2) \tag{15}$$

が得られる。したがって，変分原理(8)は

$$『変分函数 (D_1+D_2)f(D_1+D_2) を極大にせよ』 \tag{16}$$

と表わされる。変分変数は D_1 と D_2 である。この変分問題の解は

$$f(D_1+D_2)+D_i f'(D_1+D_2)=0 \quad (i=1,2) \tag{17}$$

である。この連立方程式は

$$2f(D)+Df'(D)=0 \tag{18}$$

と同等である。この微分方程式の解は

$$f(D_1+D_2)=\frac{A}{(D_1+D_2)^2} \quad (A: 定数)$$

であるから，生産者それぞれの収益は

$$\frac{D_1}{(D_1+D_2)}\frac{A}{D} \le \frac{A}{D} \quad および \quad \frac{D_2}{(D_1+D_2)}\frac{A}{D} \le \frac{A}{D} \tag{19}$$

で与えられる。この結果は競争は必ず収益を減らし，生産者は独占のときの値(A/D)を実現せんとするであろうことを語っている。

このモデルに対しては，一方の決定した販売量に対して他方が販売量を変更していないことを前提としているので非現実的であるという批判があると聞く。しかしその批判は変分原理(16)を誤って理解していることによると言わなければならない。その批判に答えるには，2人の生産者の一方に肩入れする拘束条件を変分原理(16)に付加するだけで済む[10)]。したがって，力関係が非対称な場合も(16)は含意していると見なければならない。さらに，変分原理(16)には両者の力関係が変化する場合を含めることも原理的には可能である[11)]。勿論，変分問題の解はそれぞれの場合に応じて異なることは言うまでもない。つまるところ，先に依拠した変分原理のほかに新たな原理を追加しなくても幾つかの経済現象は解析可能なのである。

それぞれの生産者の生産費の違いまで考慮することや生産者の数が２以上になった場合などの解析は少し繁雑になるが困難ではない。この論文で論じようとすることはそれらの繁雑さに関係しない内容であるから第８章で扱われる「無制限の競争の解析」などは省略する。

6　Cournot の数学的方法の特徴（その２）

Cournot の数学的方法の特徴については第２節で述べたことでほとんど尽きているのであるが，二，三付け加えておきたいことがある。先ず第一には，変分原理の手法が経済学においてどのような意味を持つかという点である。需要の法則を変分原理から導くことの意義については第３節で述べた。物理学の力学の問題の多くは変分原理（Hamilton の原理）を用いて解析される[12)]。Hamilton の原理は，D'Alembert の原理（これは，仮想仕事の原理の拡張である）から導くことが出来る。D'Alembert の原理は，動力学（運動学）の問題を静力学の問題（力の釣り合い）として解析していけるところに最大の特徴がある。

例えば，n 個の質点に外力 F_i が作用している系での力の釣り合いは

$$F_1 \delta r_1 + \cdots + F_n \delta r_n = 0 \tag{20}$$

に依って決定される。δr_1 等は任意の無限小変位（仮想変位と呼ばれる）である。これが仮想仕事の原理である。外力のほかに慣性力が各質点に作用しているとこの原理は D'Alembert の原理にまで拡張される。仮想仕事の原理の特徴は何かと言えば，力の釣り合いの状態にある物理系を仮想変位によって釣り合いの状態から引き離し（否定すること），そこから釣り合いの条件を引き出すこと（否定の否定に当たる）である。この思考法は，物理学における分析の方法の代表例である。

物理数学者 Hamilton は，Cournot と同時代に活躍しており，Cournot が

物理数学の研究方法から影響を受けていたと考えても不自然ではない。事実，序文に「実際が要求する数字的結果を得る為には殆ど総ての場合に経験に訴えることを必要とするにも拘わらず，理論力学は応用力学に対して最も有用な一般的原則を与えるのである。」とあるが，ここで理論力学とはHamiltonに代表される19世紀の（今日言うところの）解析力学のことである。当時の解析力学は，応用という目的からはひとまず独立に，純然たる理論的立場から研究されていた。Cournotはこのことに学んで，「極めて多面的な一般的興味の題目を，純然たる理論的の立場から考察（序文）」しているのである。さらに，「従ってこの著は，この研究題目（経済学）に興味ある大多数の人々には甚だ難解に思われるかも知れないが，しかも余はこれが専門数学者の注意に値するものであるとは到底考え得ない，唯彼等がこの中に其の力に相当する問題の萌芽を発見してくれれば幸である。併し特にフランスに於ては，有名な学校があるために，既に充分に数学を研究した後に，其の努力を特に社会の注目する諸科学の応用に向ける人々が多数にある。社会の富の理論は，此等の人々の注意をひかざるを得ない。而してこれを考察する場合，彼等は余と同様に，自らに親しき符号を以て，その分析を確定的ならしめる必要を感ずるに相違ない。その分析たる，通常の言語に訴えるのみで充分であると考えた著者にあっては，一般に不確定であり，又屢々漠然たるものである。余は，彼等が熟慮の結果此の途に入り来ることを思い，此の書がその人々に何等かの役に立つことを望み，又その人々の労を少なくすることを希望する（序文）」とある。

第3節の(4)式と今述べた(20)式は，概念的には同じものである。ここで強調しておきたいことは，一方の分野で自明な事柄が他の分野では非自明かつ重要な帰結を齎す可能性である。物理学の発展にとって仮想仕事の原理は極めて基本的であるだけでなく，今世紀の物理学の展開にとっては不可欠な原理の一つであった。つまり，この原理は見掛け以上に本元的で

あり極めて多様な現象を記述することが知られているのである。対象に応じて必要な付加条件を考慮することは必要になるが，この原理を使って実に様々な力学的現象が記述されているのである。

このことを念頭に置くと，Cournot の著書の第 11，12 章の展開は理解しやすい。この二つの章の目的は，「吾々が或る種の近似法を用いることに依って，如何なる程度迄この困難を避け得るか，又数学上の符号を援用することに依って，如何なる程度迄この主題より生ずる最も一般的なる問題の有益なる分析を行い得るかを示すにある。（第 74 節）」 ここで何が問題になっているかといえば，用いる近似法が果たして根本的な原理に抵触しない範囲で用いられているかどうかである。既に何度も触れてきたように変分原理(3)は極めて簡潔に事の本質を表現しているとはいえ，具体的経済現象に適用するときには現象に応じた拘束条件を追加した上で理論的解析を進めることが必要になってくる。その結果得られた方程式は一般に(3)式よりも複雑な式となり，その厳密解を求めることが出来ないことが多い。我々はこの種の課題では近似的な解を求めることで満足しなければならない。採用する近似法は，変分原理とは独立に，我々の単なる思い付きに頼る他ない性格のものであることが多い。したがって，「原理に抵触しない」ことは証明されなければならない課題なのである。逆に，本質的な現象を原理から説明するとき，用いられた近似法が是が非でも必要である性格のものであったとすると最初に用いた原理の他に新たな原理を導入しなければならないことを含意しているのかも知れない。ときには，面倒な計算を伴うことがありそのため事の本質を見損なう危険性があるが，ここにも「総合の過程」の持つ方法論的意義がある。

Cournot の用いた近似法の一つの特徴は次の記述から指摘できる。「読者の中には，前述の議論に対して，即ち，吾々が騰貴せる商品の購買を中止する消費者と，価格の騰貴に拘わらず続けてこれを買う消費者と区別し乍ら，単に其の商品に対する需要を減少する消費者を考慮しなかったこと

に対して，抗議する人があるかも知れない。併し思考の上では，この第三の部類の各消費者に対しては，他の二つの部類を以て之に代え，彼等のあるものは第一の種類に，他のものは第二に属するものとすることが出来るのは明白である。故に吾々の採用した単純化は，推論の上に何等の実質的相違をもたらさない。（第76節）」つまり，ここでの近似法を正当化できる要因は，現象自体の中に見出せるのである。

原著書全体を見てもCournotは決して「高級な」数学を用いないで，現象の理解の流れに沿って「平凡な」数学を利用している点は，大いに強調されなければならない。数学より先に経済学があることを忘れてはならない。Cournotの主張は力強い；「余の知れる範囲に於いて，経済学のこの基本的原理は，常に漠然とは理解せられているものの未だ嘗つて厳密なる推論に依って証明せられたこともなく，又その真実の前提から演繹せられたこともない。その一つの証拠としてスミス学派の見解がある。即ち彼等は諸国民間の障害を除く目的を以て，常に一個の領土内に於ける障害の撤回乃至交通路拡張の必然的結果たる争い難き富の増加を論証している。けれども証拠として提供せられる引例と，これを適用せんと欲する場合との間には，上述の計算より生ずるが如く，又吾々が直ちに進んで説明するが如く，根本的の懸隔が存するのである。（第90節）」「この著書の目的は，既に熟知せられている真理を排列するよりは寧ろ若干の新見解を示すことにある。（第92節）」「最後に社会組織に関する理論は，例え日々の行為を指導し得ないとしても，少なくとも既に出来上がった事実の歴史に光を投ずるものである。経済理論が社会に及ぼす影響はある程度までこれを文法家の言葉に対する影響に比較することが出来る。言葉は文法家の同意なくしても形成せられ，又文法家のあるにも拘わらず腐敗する。併し彼等の仕事は言葉の形成及び衰退の法則に光を投ずべく，又言葉が完成に達する時期を促進して，これを腐敗せしめる不純なる語法及び悪趣味の侵入を多少なりとも遅れしめるのである。（第95節）」

7　Cournot 以降

中山伊知郎は，原著の第 11 章の解説に次のように述べている。「経済体系を構成するあらゆる部分は互いに相関連し，互いに反作用する。従ってその部分と部分との関係は全般的な関連の下においてのみ考察せられる。従って経済の均衡はこの全因子の相互関係が満足せられる場合においてのみ成立する。この一般均衡の思想をクールノーが本章において明確に述べていることは注目に値する。（中略）精密なる一般均衡体系の数式化はワルラス及びパレートに残された仕事であった。しかしクールノーが看破したように精密な一般均衡理論に従って数量的な解を求めることは，数学解析及び計算能力を超えたことである。そこで現代においては再びクールノーが試みた如く，近似的方法によって巨視的（macroscopic），経済の全般的体系を把握することが試みられるようになった。」

最近では，大型電算機の発達によって「数学解析及び計算能力」は，機械化されるに至った。この恩恵を受けてミクロ経済学という学問分野が生まれた。これは確かに Cournot の延長線上に位置する学問領域である。Cournot の方法は，経済学の方法としては現象の変化発展を捉える弁証法的分析を基礎に持つものではない。それにもかかわらずミクロ経済学はあらゆる経済学の基礎であると主張されていると聞く。確かにミクロ経済学において対象とされる経済現象の範囲は多岐にわたっているが，筆者にはそこでは経済現象を法則的に捉えるという学問性が希薄になっているように思える。経済学に数学を利用する際には，数学適用の妥当範囲についての正確な把握（Cournot が成したように）が前提されなければならない。例を挙げることはあまり適切ではないが，ミクロ経済学で供給曲線，費用曲線等の曲線が分析の対象とされる場合がある。数学的に解析するために，我々はこれらの曲線に対して一定の範囲内で成り立つ近似法を採用する。

その上でそれらの曲線の微分係数等を計算したり，微分方程式を求めたりする。（このとき，微分と差分，連続曲線と滑らかな曲線等を峻別することが大切であることは言うまでもない。）これらの数学的結論を現実に当てはめようとする段になると，再び新たなる近似法を用いなければならなくなることがある。無視されがちであるが本質的問題はここに潜んでいる。即ち，新たに導入した近似法と最初に採用した近似法とは果たして整合性ありや否やという点である。残念なことに，このようなところにまで問題意識を張り巡らせる行き届いた数学の経済学への適用例はあまり多くないようである。数学の演算を理解するとき難しい点は，それが多くの点で初等的な手続きと同じであっても，いかにして論理的でかつ現実的な結果に導くかを見極めることのうちにある。

8 結　　語

(1)　この拙論で我々はCournotの数学的方法の特徴を見てきた。Cournotは数学を適用するに先立って先ず現象の分析を手がけている。彼は，「吾々は決して，社会経済に何等かの光を投ぜんとする人々の博愛的な努力を軽視せんと欲するものではない。(第5節)」と断わって，経済現象を冷静な科学者の目で分析していく。このことは，あくまでも真理を観念の中にでなく，観察している現象の内に求めていく方法論である。その結果，「之に反して吾々の考える富の抽象的概念は一の完全なる確定関係を構成し，凡ゆる正確なる概念と同様に理論的演繹の対象たり得る。(第6節)」とまで主張できる交換価値概念を我々は得ることになる。しかしここには一つの問題点がある。「交換価値理論の根本を礎くに当たって，多くの思想家は人類の揺籃にまで遡る。けれども吾々はこれに倣わない。吾々は私有財産の起源を説明しようとも又交換乃至分業の起源を説明しようともするものではない。(中略)吾々は唯一の公理を設定する，或は唯一

の仮定を置くといってもよい。即ち各人は彼の財乃至労働から出来得る限り大なる価値を獲んとすることこれである。ただこの原理から合理的帰結を導くためには吾々は，観察のみが供給し得る要素乃至材料を従来為されたよりも一層よく確定することに努めるであろう。不幸にして殆ど総ての理論家はこの基本的な点を，誤謬とは云わないまでも事実無意味に示している。（第20節）」 即ち，Cournot の方法は，Marx の分析の方法と異なり，現象を発展形態において分析する弁証法的分析ではない[13)]。

自然科学の研究方法を念頭に置き，具体的現象の分析に依拠した変分原理(3)から具体的な経済現象を説明していく Cournot の方法は，「地球上で起こっている経済現象」について考察することからさらに進めて比喩的に「知的存在を許す他の星々でも観察されるであろう経済的現象像」まで視野に入れた解析法（筆者は「純然たる理論的立場からの考察」をこのように捉える）であり全く合理的なものであることが分かった。一般に，社会科学は認識主体が認識の対象であり，そこには階級性が色濃く反映せざるを得ない側面がある。したがって，上述の筆者の結論は社会科学のこの特徴を否定するものとして非難されるに違いない。

これに対するに筆者の意図は次の通りである。経済学に「階級性が色濃く反映せざるを得ない」局面は「分析の過程」よりも「総合の過程」に於いてである。自然科学の場合は，科学的という言葉と「分析の過程」の特徴がほとんど同意義に用いられる為「階級性が色濃く反映せざるを得ない」局面は遠のいているに過ぎない。自然科学の場合でも「総合の過程」を広く解釈すれば，工業技術に見られる階級性が付きまとう[14)]。Cournot の方法に於いても，「総合の過程」を構成する第11章等では，その展開に「階級性が色濃く反映せざるを得ない」局面を読み取ることは容易いことである。分析の方法によって客観性の保証された原理（乃至は，現象の本質）に到達してはじめて，総合の過程で必然的に現実の階級性が理論に反映する筈である。この前段を欠く階級性は観念論的な意味あいのものでし

かない。

⑵　この拙論で述べてきたことは，変分原理に纏められている異なる学問分野の理論の間に見る同型性の発見の重大さである。物理学の多くの現象は，それらに応じた変分原理を用いて叙述される。註 5)に記しておいたように，一般に求められる解は微分方程式（局所的法則）となることが多いが，変分原理自体は現象の全体像を思い描くことを措定した大域的原理である。この特徴は「総合の過程」で大変有益な手段を提供している。物理理論との同型性は，今日ミクロ経済学の領域で経済現象の解析に利用されている。Cournot の言葉を援用すると，物理理論を理解する者は，「微分方程式，行列，行列式等の繁雑さに惑わされることなく，多大の苦労をもってしてのみ到達せられる諸々の結果を，方程式を一見して読み取ることが出来る」のである。然しながら，物理理論を理解する者がいつも「その目的が単に数を計算するに止まらず，進んで数字的表現し得ざる大いさの関係を見出す為にも，又その法則が代数的記号を以て説明し得ざる函数間の関係を見出す為にも用いられることを知っている（原著序文）」とは限らない。それゆえに，得られた結論の正否は，どのような観測事実に依って確かめられるのか不明である場合が少なくない。この欠陥の由来するところは，物理理論を理解する者が，経済学の「分析の過程」にほとんど参画していないことであろう。筆者には，今日の数理経済学の方法は「分析の過程」を無視するといわないまでもほとんど軽視しているように思える。

⑶　今日の数理情報科学は抽象的であるがなんとなく経済学にも役立つように見える。しかし，何も数学を用いなくても結論が出せる場合も少なくない[15)]。経済学に数学を利用するということは，具体的なものから抽象的なものへという「分析の過程」が前提されてはじめて可能な研究方法である。今日的な研究課題ということになれば，膨大な量の経済情報を巧みに処理し，利用可能な形態に纏め上げなければならない。そのために

は，情報処理機器を活用する技術の習得も必要になってくるかもしれない。しかしそれ以上に，言葉とか概念を重視する必要があり，数理経済学の研究（学習）をする人々が情報数理科学の諸成果を習得することの方が大切なのではないだろうかと筆者は考えている。さもないと，情報処理機器が活用できる課題しか思いつかなくなる。

数理経済学において，「数学的議論がいかに長くて複雑であっても依然として有効である」と主張する人々もいるが，筆者はこれに無条件には賛同しない。経済学に限ったことではないが，抽象度の低い段階にある理論をいきなり具体的現象に適用しようとすれば，いきおい数学的議論がいかにも長くて複雑になる場合が少なくないからである。江戸時代の和算法は，計算の段階で見ると既に充分に西洋の解析数学に匹敵する内容であったが，それだけでは現代数学に発展する内的論理性を育てることは出来なかった。我々がこの歴史から学び取らなければならないことは多い。

補遺（1）「記述の過程」と「説明の過程」

第１節で「記述の過程」と「説明の過程」について触れたが，この学術用語は自然科学（特に，物理学）に於いて用いられているものであるので，簡単な補足を追加しておくのが妥当であろう。「記述の過程」は，「分析の過程」（下向過程）に該当し，「説明の過程」が「総合の過程」（上向過程）に当たることは，既に述べた。この二つの方法を区別するところに自然科学の方法（弁証法）の有効性が有るといってもよい。形而上学的方法に於いては，種々の先験的原理を前提にして自然現象を観察していた。即ち，これらの原理に従っている現象だけが形而上学の対象であった。したがって，ある自然現象が問題となる場合には，「何故，そのように起きるか」という問が発せられた[16]。そしてこの現象を（形而上学的に）説明するのに十分なだけの原理を並べることで問題は解決したと看做された（充足

理由律）。しかもこれらの原理は主観的判断基準に従って導入されるものであったから，一つの現象を説明するために互いに矛盾する原理を導入しなければならない場合もあった。

形而上学で「何故，そのように起きるか」と問う場合，その現象の「原因」を追及しているのではないことに注意しなければならない。ここでは原因とは，原理に他ならず，現象はその原理の結果なのである。ここに現代の自然科学の方法との本質的な相違がある。Aristoteles は原因を質料因，形相因，動力因，目的因の四つと考えた。これを批判した Galileo は，物体が「何故に」落下するかを問う代わりに，「如何に」落下するかという実践的問いかけを行なったことは良く知られている。Galileo は，力学を「記述」の学問と考えていたのである。このことは 19 世紀後半になって，実証論哲学に結び付いていった。実証論哲学の代表者 Mach は，「我々がある原因を示すときに，我々は単に一つの結合関係，一つの事実を言い表わしたに過ぎない。即ち，我々は記述するのである。」と主張し，直接的に経験し得ない概念を用いる記述を排除しようとした（思考の経済）。

言うまでもないことであるが，実証論哲学の記述と自然科学の「記述」とはその意味するところが違う。実証論哲学が主張するように直接的に経験し得ない概念を排除すべきか否かは，自然科学においては記述に終始すべきか否かの問題であり，詳細な考察を必要とする事柄である。力学の慣性の法則の発見には，古代ギリシャの時代から 17 世紀までの長い時間を要した。空中での物体の運動，例えば自由落下運動や投石の運動を見たままに記述することが，如何に困難なことであったかは想像される。Galileo は滑らかな斜面を用意して物体の落下運動を観察したことは良く知られている。Galileo の慣性の法則は，摩擦力という，物体の運動法則にとっては偶然的な要因を取り除くという理想（抽象）化された形での実践によって捉えられたのである。これは，近代科学の分析的研究方法の典型である。

ところで，抽象化された現象においては，常に現象のある一面的関係を取り出して考察することになるから，このようにして考察される抽象的対象は，現実的な具体的対象とある意味で異なっていることは確かである。しかし，我々は先ずこの理想化されたモデルを駆使して現象を研究し，抽象的概念を確定した後に再び現実の現象に近づけていく（総合の方法）のが正しい方法である。仮に，如何なる方法によっても「理想化されたモデル」から現実の具体的現象が再現できないとするならば，我々はその「理想化されたモデル」を放棄し新たな分析を始めなければならない。我々はこのようにして先ず抽象から出発し，最終的にはそれらの総合の結果として，具体的なものに到達出来るのである。ここで大切な点は，基本的法則に現われる抽象的概念の定義は，法則全体の理解を前提にしていることである。例として，Newton の三つの運動法則を考えてみよう。Newton の運動法則は次の三つである：

第１法則　静止もしくは一様な直線運動をする物体は，これに力が作用しない限りその運動の状態を持続する（慣性の法則）

第２法則　加速度は力の作用に比例し，その力の方向に起こる

第３法則　作用は常に反作用と逆向きで，それらの大きさは等しい（作用反作用の法則）

ここには，質量，加速度，力，時間，空間（座標系）といった抽象的概念が互いに関連を持たせながら使われている。これらの概念自体は，この運動法則とある程度まで独立に定義されるべき性格のものである。例えば，「質量は体積と密度の積に等しい」と定義してもよい。しかし大切な点は，上に述べた抽象的概念は，Newton の三つの運動法則と一体のものでありその中で定義されているということである。Newton 力学に於いては，第１法則を満たさない時間空間や第３法則を満たしていない力といったものは考察の対象にしないのである。したがって，どれか一つの基本概念を批判する際には法則全体の適用領域内にそのことを留めておかなけれ

ばならない。

現実的な具体的対象と異なっているにもかかわらず何故にそのようなモデルが科学研究にとって有効かと言えば，我々はそのように単純化された対象を理想的実在として理論的に考察し得るからである。例えば，天体力学に於いては太陽のように大きさのある天体も質点として扱う。これは太陽の具体的構造とか熱的性質（これらは階層を異にする性質であることが多い）とかは別の方法で考察することにし，それらを捨象した上で，その運動を質量の中心の運動として解析する手法なのである[17)]。物理学に限ったことではないが，分析の過程では何らかの具体的性質は捨象されるので，いかなる抽象化によって得られた法則が成立しているかを常に注意しなければならない。

自然科学は観測結果の記述から出発するが，同時に理論を駆使することで実験以上のものをそこから抽出する。つまり，自然科学の研究の方法は，観測の単なる帰納的記述に留まることなくそれ以上に合理的な理論的記述を求めている点を強調しておきたい。この際の問題は，どんな方法による理論的記述に科学的有効性が認められるかということである。この拙論はこのことに対する解答を用意することを目的とするものではないので，簡単に「対象が方法に優先する」とだけ記しておきたい。即ち，たとえある理論が後の実験事実に照らして否定されたとしても，その理論の検証に際して獲得された当該対象に関する知見こそが，新たな理論の構築を促すのである。ここに古い理論と新しい理論との本元的関係がある。例えば，Cournot の数理経済学は，19 世紀資本主義経済の分析にその基礎を置く理論であり，資本主義経済が高度に発達した今日の世界経済に適用しようとすれば，かつて自明とされた概念と現実との矛盾は到るところで露呈しているであろう。しかし，それらの矛盾は総てが Cournot の数理経済学にとって致命的な事柄ではなく，単にそこから派生したものであるに違いない。

補遺 (2)　変分原理について

変分原理に基づいて現象を記述する過程を，「分析の過程」と言う理由をここに述べておこう。先ず，変分原理の特徴について述べる。滑らかな鍋底の最も低い点を探す場合を，例にとって見よう。直ぐに思いつく策は，滑らかな球を鍋底に置く方法である。もし球が動き始めたならそこは「最も低い点」ではないが，いつまで経っても球が動き始めないならそこは「最も低い点」である。このことを逆にして，指定した地点が鍋底の最も低い点であるや否やを調べることが出来る。それには，その地点の任意の地点に球を置いてみればよい。もしどの地点に置いた球も最初の地点に転がってくるならば，そこが最も低い点であると結論付けてよい。つまり，予想した地点から少し離れて見る（仮想変位という）ことによって，求める性質の地点を「自然に選ばせる」手法なのである。

この手法を利用すると構造物の安定性を調べることが出来る。構造物に外から力を加えて少し変形（仮想変位）させてみて，もし元の構造に戻るならばそれは安定であり，さもなくば不安定である。このことで復元力の性質を調べることが出来る。つまり，ここでの変分原理も，安定な構造を仮想的に否定（仮想変位）して復元される構造を「自然に選ばせる」手法なのである。

註 10)にある運動の変分原理では「実現する運動の軌道」をより広範な「非現実的な仮想軌道」（仮想変位に該当する）と比較することによって，運動の原理（Euler-Lagrange の運動方程式）を「自然に」選ばせている（最小作用の原理)。即ち，これは，自然は無限に可能な運動軌道から如何に現実の軌道を選んだかを問いかける分析的方法に他ならない。

Cournot の用いた変分原理(3)および(8)は，「需要量は価格に反比例する」という法則を「現実の経済活動は，如何に需要の法則を選んだか」という問いかけの答として与える形式なのである。この分析の方法から限界生産費なる概念が生まれた。即ち，総収益最大原理，需要の法則，限界生

産費といった三つの基本概念を単に並べてみるのでなく，その一つから他を導きだし，それらを互いに従属させるのである。これがCournotの数理経済学の方法の弁証法的特徴の一つである。最近の数理経済学は数々の基本的概念を展開しているが，それらの多くはなんの繋がりもなく単に並列されているに過ぎず，それらの理論は一つの概念を他の形態から展開するという方法論に沿ったものでない部分を多く含んでいることが多い。

最後に，変分原理(3)および(8)の特徴について触れておきたい。それは，この形式は価値の（相対的）変動に関して不変であるという点である。即ち，

$$p \to q = \lambda p \quad (\lambda \neq 0)$$

と変数変換しても変分問題の解は不変である。

〈(証明) 変換された変分函数は

$$qF(q) - \phi(D_\lambda), \ (D_\lambda = F(q))$$

となる。この函数を価値 p で微分すると(9)式に対応して

$$\lambda \left\{ F(q) + \frac{dD_\lambda}{dq}[q - \psi(q)] \right\} = 0$$

が得られる。この方程式の解は(9)式の解である。〉

このことは，総収益最大原理，需要の法則，限界生産費なる三つの基本概念は価格（乃至は交換価値）の変動とは独立な（無関係な）概念であることを意味している。かかる本質的な展開（即ち，ある変数変換に関する不変性）を示すところが変分原理の最も特筆されるべき特徴である。一般に変換に関する不変性が，得られた法則の客観性を保証すると考えられている。

〔註〕

1） 物理学の方法に限ったことではないが，我々が現象を「理解する」ということの中味は，「記述（抽象化）の過程」と「説明（総合）の過程」の複合である。

経済学の領域で「経済現象を説明する」と言うとき，これら二つの方法論がどのように含意されているか知らない。この拙論では，記述と説明という用語を上に述べた意味に於いて用いる。Marx の『資本論』（第二版後記）に「勿論，叙述の仕方は形式的には，研究の仕方とは区別しなければならない。研究は，素材を細部にわたってわがものとし，素材のさまざまな発展形態を分析し，これらの発展形態の内的な紐帯を探りださなければならない。この仕事をすっきりすませてから，はじめて現実の運動をそれにおうじて叙述することができる。」とある。ここでの「研究の仕方」は，説明の前段としての「記述（抽象化）の過程」であることは明瞭である。「叙述の方法」とは，ここで言う「説明（総合）の過程」に該当する。

2) この著作の翻訳は何種類かあると聞いているがここでは同文館（1949 年）発行のものを対象にする。この著書で展開された経済の均衡理論は，現在でもその理論的重要性を失っていないと聞く。したがって，そこから経済学に於ける数学適用の仕方を整理して見ておくことは大切であるに違いない。

3) この方法に弱点のあることは明白である。Marx の『経済学批判への序説』に「実在的で具体的なもの，現実的な前提から始めること，それゆえ，たとえば経済学では，社会的生産行為全体の基礎であり主体である人口から始めることが，正しいことのように思われる。しかし，もっと詳しく考察すれば，これは間違いだということがわかる。人口は，たとえば，それを構成する諸階級を無視すれば，一つの抽象である。（中略）もし私が人口から始めたとすれば，それは全体についての一つの混沌とした表象であろう。」とある。

4) 一般に社会科学的考察には階級性が反映する。一方，数学に於いては我々の経験を捨象して論理展開が行われる。しかし，数学に現実が反映しないと考えるのは誤りである。数学に於いては概念だけでなくその論理展開や推論の方法には現実が反映せざるを得ない。

5) 経済学にあっては，貨幣が価値の尺度として機能していることは自明と見られているが，Cournot がここで述べていることはこれと異なる。ある一つの商品を他の商品と相対的価値関係に置くことは，水銀温度計で物体の温度を測定することに類似する。後者の場合の温度の単位は水銀の属性に依存する。物理学では，特定の物質の属性に依存しない温度の単位（絶対温度という）が導入されている。物理学での水銀温度計は，経済学での貨幣概念に該当する。絶対温度は，水銀温度計で測定される温度概念と根本的に異なるが，それは実在気体を抽象化した理想気体の熱的性質に反映している。Cournot がここで目論んでいることは，貨幣の存在ではなく絶対温度に該当する概念を経済学に持ち込むことのようであり，その方法論はもっと注目されてよい。

6) 例えば，毎回の実測値を折れ線グラフに表記して見ると，それは現象の隠れた法則性を含んでいるものもあり，同時に全く偶然的なものも含んでいる。偶然的なものは無用かと言うとそうではなく，幾つかの法則の場合その法則の安定性を測る尺度として偶然的なものが意味を獲得する場合がある。

7) この変分原理をより正確に定式化すると次のようになる。価格 p は，月々，年々といった具合に変動する変数である。このことは，$p=p(t)$ で表わされる。t は時間変数である。この記号を用いると変分原理は

$$『定積分\ I[t_1\,;t_2]=\int_{t_1}^{t_2} pF(p)dt\ を最大にせよ』$$

と書かれる。「ある期間内での売上高を最大にせよ」という原理に他ならない。$pF(p)$ は変分函数と呼ばれる。変分函数は問題に応じて定められる性質のものである。物理学の原理には，この形式で表現されるものが多い。定積分で表現するこの原理の特徴は，現象を変化において捉えるというものであり，現象の全過程を表象するところにある。得られる解は，微分方程式（局所的法則）で表わされる。

8) 一般的にいって個人的経済活動は気紛れなものであり，それらを学問の前提にすることには強い批判がある。しかしここで対象にしているのは抽象的個人である上，変分原理は経済活動の目的を最も抽象的に定式化したものでありそうした批判は的外れである。

9)「吾々の研究の道程においては直接に $\phi(D)$ を考察する機会は稀であって単にその微係数 $d\phi(D)/dD$ を考察する場合が多い。（第 28 節）」とある。最も基本的な原理(8)を表わす式にそのような関数が用いられることは認め難いという批判があるかもしれない。しかし，これは物理学の知識を借りてくると理解できる。力学の変分原理には，Lagrange 函数が用いられるが，この函数は運動エネルギーと位置エネルギーの差として定義される量である。位置（ポテンシャル）エネルギーの勾配は，例えば粒子に作用する力を定義する。Newton の運動法則には，力が現われるが位置エネルギーは現われない。生産費函数は，丁度この位置エネルギーの概念に該当している。

10) この原理は，拘束条件付の変分原理と呼ばれる。例えば，D_1 と D_2 に関して非対称な条件 $g(D_1\,;D_2)=aD_1^n+bD_2^m-C=0$ （C; 定数）の下で変分問題を解くには(16)式の変分函数を

$$(D_1+D_2)f(D_1+D_2)-\lambda g(D_1\,;D_2)$$

と書きさえすれば済む。λ は Lagrange の未定係数と呼ばれる。

11）これは時間を含む変分問題であり註2)に示した変分原理を次のように拡張すればよい；

$$『定積分\ I[t_1\,;t_2]=\int_{t_1}^{t_2} L\left(p\,;\frac{dp}{dt}\right)dt\ を最大にせよ』$$

変分函数には価格の変動の速さ（微分）が含まれる。この変分問題の解が時間に関する微分方程式（Euler-Lagrange の方程式と呼ばれる）で表わされる。

12）詳しいことは，次の文献を参照されたい。

『解析力学と変分原理』(C. Lanczos 著，高橋康，一柳正和訳　日刊工業新聞社　1992 年)

13）この点に関しては次の文献を参照されたい。

『資本論の方法』(見田石介，弘文堂　1963年)

蛇足であるが見田石介の科学に対する態度について筆者の感想を付け加えておきたい。大阪の日本科学者会議の哲学研究会には，自然科学者を含めた幅広い専門分野の研究者が集まっていた。この会を主催していたのが見田氏であった。氏は，哲学と経済学を専門としておられたが，その思想は芸術論や倫理学等の広い分野の確かな知識に裏うちされていた。この会合の度に，氏が物理学の基礎概念や進化論の基礎等についてしきりと質問されていたことを鮮明に思い出すことができる。科学の発展の大勢に遅れては真の科学者でないという信念をそこから窺うことができた。

14）近年になって，科学研究に企業や国家が巨額な研究資金を投入するようになった。これは科学研究の成果を技術的に応用することによって，経済活動が活発になるからである。HIV 感染に関わる血液製剤販売の例に俟つまでもなく，人類史から見れば一般的に言って企業の経済活動には倫理観は欠落しており，科学成果の応用の局面で「科学が科学的でなくなる」事態が進行している。環境問題という用語は，企業の倫理観欠落を背後に押しやる役割を担ったものであり，事の本質を正しく表現する力はない。地下鉄サリン事件以来，短絡的に科学の教育に倫理の科目を置くべきであると主張する人までが出てきた。このように主張する人は，科学とはどのような人類の営みなのかは考えたことがないに違いない。このように主張する人々は，自己の人格や倫理観について反省してみたことがあるのだろうか。学校教育で「理科離れ」が起きているのも，大本は倫理を欠いた企業の経済活動にある。例えば，自分の親達がミドリ十字製薬に関係ある部署で働いていたり，技術者として長時間働かされている少しも楽しくない顔で暮らすのを見ていたとするならば，一体誰が「理科離れ」せずにいられるのだろうか。

15）第1節で述べたように物理学では数学を多面的に利用する。しかし，「高級な」

数学を使わないで「素朴な」数学を利用して結論を導いた方が物理的理解にとって重要な場合も少なくない。

16）「何故そのように起きるか」という素朴な問いかけは正しいように響くかもしれない。この問いかけが正しくないことは，江戸時代の三浦梅園が既に指摘している（『三浦梅園集』三枝博音編　岩波文庫　1953年）。「多賀墨郷君にこたふる書」に「さらば，物を怪しといぶかる心なくば，なきにしてやむかとおもへば，さにあらず。神鳴り地震りたりといへば，人ごとに頸を撚り，いかなる事にやといひののしる。我よりして是を観れば，其雷地震をあやしむこそあやしけれ。故いかんとなれば，其人地動くを怪しみて，地の動かざる故を求めず，雷鳴る所を疑ひて，鳴らざる所を尋ねず，是空々の見ならずや。」とある。「何故そのように起きないか」と問えというのである。

17） Newton 力学に於いて我々は，物体に作用している摩擦を偶然的で非本質的であるとしてこれを無視している。摩擦による抵抗を限りなくゼロに近づける極限で Newton の第1法則は成り立っているのである。このことで我々は，無限小の摩擦抵抗を考慮しても物体の運動様式は本質的には変わらないことを期待しているのである。然しながら，我々が観察している巨視的物体の運動に於いて摩擦抵抗の効果は極めて普遍的なことである。しかも摩擦抵抗を考慮すると物体の運動はもはや時間の向きを反転させる操作に関する対称性を保持し得ない（運動は不可逆的になる）。つまり，摩擦の効果を含むや否やによって物体の運動様式が本質的な変更（可逆から不可逆へ）を強いられるのである。それにもかかわらず Newton 力学が有効である理由は，天体や原子分子の運動は可逆な（摩擦の無い）運動方程式で記述され得ることにある。