

# P. スラッフアの標準商品についての 一幾何学的解釈\*

宇 野 立 身

はじめに

- I 分配の変化と相対価格の変化
- II 異なる資本構成における分配と相対価格の変化
  - 1. 資本構成が異なるケース
  - 2. 資本構成が均等のケース
  - 3. 賃金フロンティア
- III 標準体系の構成
  - 1. 消費フロンティアと賃金フロンティア
  - 2. 標準体系の構成と  $e=0$  の関係について
- IV 現実の体系と標準体系との関連

はじめに

本稿の目的は、ピエロ・スラッフア『商品による商品の生産』において論じられた価値と分配の理論における価値尺度の問題と標準商品の意味するものについて、幾何学的な確認を行うことにある<sup>1)</sup>。

スラッフアが PCMC<sup>2)</sup>の第一部「単一生産物産業と流動資本」において

---

\* 本稿の作成は、中央大学経済研究所客員研究員としての援助の下に行われたものであり、同研究所、また同研究所ケインズ研究会の諸先生方とりわけ緒方俊雄教授からは日頃より貴重な御助言、御鞭撻を賜り、感謝申し上げます。上記の御援助なくして本稿はありえませんが、ありうる誤りはすべて筆者の責に帰するものであることはいうまでもありません。

明らかにしていることの一つは、生産手段が複数の異質な商品で構成されているようないくつかの産業から成る生産体系において分配を左右する法則を論じる場合、生産手段、純生産物および利潤の大きさをどのような尺度で測って表わすかということが重要な点となるということである。

というのは、分配が変化するにつれて相対価格が変化すれば、生産手段、純生産物および利潤の大きさもさまざまに変化するために賃金や利潤がどのような方向に動くかを確かめることができなくなるからである。

この問題の重要性は、D. リカードウが諸商品の相対価値を決定する要因について考察した際に指摘されている。すなわち、「諸商品が相対価値において変動したばあいには、実質価値においてどちらの商品が下落しどちらの商品が騰貴したかを確かめる手段をもつことが望ましい」<sup>3)</sup>のであって、それ自身は不変の価値をもち、他の商品価値の変動を測定しうる標準となるものが必要であると考えられたのである。しかし、このような不変の価値尺度となる財が実際にどのような商品から構成されているのかということについて、リカードウは死の直前まで悩み続けたが、ついにそれを発見することはできなかった。

スラフファはPCMCで上述の問題と同じく価値尺度財の問題について触れ、「近似的にさえ、そのような要件を備えた個別的商品を発見できそうにはおもわれない」<sup>4)</sup>と述べた上で、「だが、商品の混合体、すなわち『合成商品』でも、同様に立派に役立つだろう」<sup>5)</sup>と考えて合成商品から成る不変の価値尺度を標準商品として発見した。

## I 分配の変化と相対価格の変化

上述の事情を次のような簡単な例で確認しておこう。

二つの産業から成る経済体系があって、第1産業は生産手段として $a$ 財を $A_a$ 単位と $b$ 財を $B_a$ 単位用いて $A$ を生産し、第2産業では同じく $a$ 財を

$A_b$  単位と  $b$  財を  $B_b$  単位用いて  $B$  が生産されるものとしよう。各産業で用いられた労働量はそれぞれ  $L_a, L_b$  で、労働1単位あたり支払われる賃金を  $W$  とする。また、各財の価格を  $p_a, p_b$  で表わし、体系は自己補填条件  $A \geq A_a + A_b, B \geq B_a + B_b$  (ただし、どちらかの財に関して不等号が成立していなければならない) をみたすものとする。そして、均等利潤率の成立と賃金後払い<sup>6)</sup>を仮定すれば、方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} Ap_a &= (1+r)(A_ap_a + B_ap_b) + L_a W \\ Bp_b &= (1+r)(A_bp_a + B_bp_b) + L_b W \end{aligned} \quad (\text{I-1})$$

これを利潤率について解くと、次式を得る。

$$r = \frac{[A - (A_a + A_b)]p_a + [B - (B_a + B_b)]p_b}{(A_a + A_b)p_a + (B_a + B_b)p_b} (1-w) \quad (\text{I-2})$$

ただし、

$$w = \frac{W}{[A - (A_a + A_b)]p_a + [B - (B_a + B_b)]p_b}$$

$$L_a + L_b = 1$$

ここで、賃金  $W$  は純生産物を構成する財の一定比率  $w^*$  ( $1 \geq w^* \geq 0$ ) で支払われるものと仮定すれば、 $W = w^* [A - (A_a + A_b)]p_a + [B - (B_a + B_b)]p_b$  と書けるので、(I-2)式は次のようになる。

$$r = \frac{[A - (A_a + A_b)]p_a + [B - (B_a + B_b)]p_b}{(A_a + A_b)p_a + (B_a + B_b)p_b} (1-w^*) \quad (\text{I-3})$$

(I-2)式と比べると、 $w$  が  $w^*$  に変わっていることから賃金部分は相対価格の変化から影響を受けないことは明白である。しかしながら、生産手段の価値に対する純生産物価値の比率  $[A - (A_a + A_b)]p_a + [B - (B_a + B_b)]p_b / \{(A_a + A_b)p_a + (B_a + B_b)p_b\}$  は、(I-2)式と違って相対価格の変化から独立ではない。

したがって、 $W$  が上がったとしてもそれによって相対価格がどのようにに変化するかということが知られないうちは、それで測った純生産物や生産手段の価値についても、それがどのように変化するかを見きわめることは困難である。つまり、生産手段の価値に対する純生産物の価値の比率が、相対価格の変化の結果、 $W$  の変化以前のその値に比べてさまざまなしかたで変化するものであれば、賃金と利潤の間に一様な関係を見出すことは困難であるといわざるを得ない。

こうした事態に対して、二つの方向でアプローチを試みることができるであろう。一つは、分配の変化に対して相対価格が不変にとどまるための条件とは何かを検討すること。もう一つは、相対価格の変化から独立な価値の尺度標準とはいかなるものかを検討することである。

はじめのアプローチについては、(I-1) の生産方程式から相対価格を求めることにより検討することができる。

$$\begin{aligned} \frac{p_b}{p_a} &= \frac{\frac{l_b}{l_a} + (1+r)\left(c - a\frac{l_b}{l_a}\right)}{1 + (1+r)\left(b\frac{l_b}{l_a} - d\right)} \\ &= \frac{\{1 - (1+r)a\}l_b + (1+r)cl_a}{\{1 - (1+r)d\}l_a + (1+r)bl_b} \end{aligned}$$

ただし、 $a = A_a/A$ ,  $b = B_a/A$ ,  $c = A_b/B$ ,  $d = B_b/B$   
 $l_a = L_a/A$ ,  $l_b = L_b/B$

これより、相対価格  $p_b/p_a$  が分配の変化から不変であるための条件を三つのケースに分けて考えることにしよう。

- (i)  $a/l_a = c/l_b$ ,  $b/l_a = d/l_b$  すなわち、資本構成均等のケースである。この場合、相対価格は直接労働量の比で表わされる。

- (ii)  $r=0$  であること。この場合は  $p_b/p_a = \frac{(1-a)l_b + cl_a}{(1-d)l_a + bl_b}$  より、相対価格が直接・間接労働量に比例するような、投下労働価値のケースである。
- (iii)  $a=b=c=d=0$  であること。この場合も(i)と同様、相対価格は直接労働の比で表わされる。この結果は、生産手段をまったく使用しないために各々の産業が他の産業の生産する生産物に依存しないということからの当然の帰結である。

(i)―(iii)の条件は明らかに非現実的であるから、すみやかに第2のアプローチに進まなければならない。

(I-3)式に戻ると、賃金は純生産物と同じ構成をもつと仮定されることによって相対価格から独立となっているので、問題は生産手段の価値に対する純生産物の価値比率にある。仮にこの比率が分配の変化に対してつねに一定のままであり続けることができるとすれば、(I-3)式は、この比率を  $R$  とすれば、

$$r = R(1 - w^*) \quad (\text{I-4})$$

と書いて、分配関係を相対価格の変化から切り離すことができる。しかし、(I-1)式で表わされるような現実の経済体系が、純生産物と生産手段の価値との間にそのような不変の比率をもつことは一般にありえない。なぜならば、2財が共に生産手段として用いられる(I-1)式のようなケースにおいて、生産されたものから補填部分を差し引いた後に残される部分が補填部分に対してどれだけであるかということは、もっぱら体系の自己補填の事情によるのであって、現実の体系においてこれらの値が各々の財に関して同一であることは不可能であるばかりか、自己補填条件から見てその必要はまったくないからである。

とはいえ、もしもそれらの値が偶然にも各々の財に関して同一であったならば、(I-4)と同様の分配関係が得られるに違いない。なぜならば、各財の補填部分に対する純生産物の比率を  $\Pi$  とすれば、純生産物はそれぞれ  $\Pi(A_a + A_b)$ 、 $\Pi(B_a + B_b)$  と書いて、(I-3)式は  $r = \Pi(1 - w^*)$  となるからである。

一般にこうした偶然を期待することはできないけれども、生産手段と純生産物との間に成り立つもう一つの意味での比率をもつことは可能である。スラフファは次のように述べている。

「賃金をゼロに等しくし、純生産物の全体を利潤にふり当てるときには、各産業において、生産手段に対する純生産物の価値比率は必然的に一般利潤率に一致するようになる。」<sup>7)</sup>

上に「もう一つの意味での」と書いたのは、ここにいう値が  $(A_a p_a + B_a p_b)$  に対する  $A p_a - (A_a p_a + B_a p_b)$  の比および  $(A_b p_a + B_b p_b)$  に対する  $B p_b - (A_b p_a + B_b p_b)$  の比、すなわちゼロ賃金に対応する極大利潤のことであって、先に述べた各財の補填部分に対する純生産物の比率とは意味が違っているからである。

したがって、問題は各財の補填部分に対する純生産物の比率が各財に関して均一となり、しかもそれがゼロ賃金に対応する極大利潤率に等しくなるための条件は何かを明らかにすることである。

それは、現実の体系の生産比率に対して、一切の産業の生産物についての補填部分に対する純生産物の比率が均等であり、しかもその値がゼロ賃金に対応する極大利潤率に等しいようなものとなるように、一定の比率でもって変更を加える、というのがその答えである。そして、このような一定の比率を標準商品という。

以下では、2産業2商品より成る経済体系における、分配の変化に対応する相対価格の変化のようすと資本構成との関連性、標準商品の構成、現実の体系と標準体系との関連性について、2次元平面上で幾何学的に解釈を加え

ることにしよう。

## II 異なる資本構成における 分配と相対価格の変化

生産方程式 (I-1) を次のように書き替えることにしよう<sup>8)</sup>。

$$\begin{aligned} q_1 p_1 &= (1+r)(q_1 a_{11} p_1 + q_1 a_{21} p_2) + q_1 l_1 W \\ q_2 p_2 &= (1+r)(q_2 a_{12} p_1 + q_2 a_{22} p_2) + q_2 l_2 W \end{aligned} \quad (\text{II-1})$$

さらにこれをそれぞれ  $q_1 l_1$ ,  $q_2 l_2$  で除して,

$$\begin{aligned} \frac{1}{l_1} p_1 &= (1+r) \left( \frac{a_{11}}{l_1} p_1 + \frac{a_{21}}{l_1} p_2 \right) + W \\ \frac{1}{l_2} p_2 &= (1+r) \left( \frac{a_{12}}{l_2} p_1 + \frac{a_{22}}{l_2} p_2 \right) + W \end{aligned} \quad (\text{II-1}')$$

とする。これはさらに次のように書ける。

$$P(Q_1 - Q_2) = -(1+r)P(I_1 - I_2) \quad (\text{II-2})$$

あるいは,

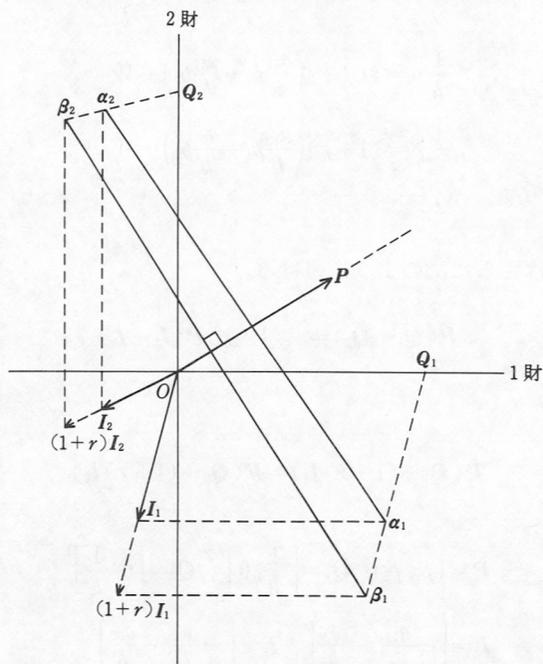
$$P(Q_1 + (1+r)I_1) = P(Q_2 + (1+r)I_2) \quad (\text{II-2}')$$

ただし,

$$\begin{aligned} P &= [p_1, p_2], \quad Q_1 = \left[ \frac{1}{l_1}, 0 \right]^t, \quad Q_2 = \left[ 0, \frac{1}{l_2} \right]^t \\ I_1 &= \left[ -\frac{a_{11}}{l_1}, -\frac{a_{21}}{l_1} \right]^t, \quad I_2 = \left[ -\frac{a_{12}}{l_2}, -\frac{a_{22}}{l_2} \right]^t \end{aligned}$$

$PQ_1$  は第 1 産業の 1 労働あたりの生産額を、 $PI_1$  は 1 労働あたりの生産手段投入額を、そして  $rPI_1$  はそれに対する利潤額を示しているので、 $P(Q_1 + (1+r)I_1)$  は、1 労働あたりの生産額 - (1 労働あたり生産手段投入額 + 利潤額) すなわち、1 労働あたり賃金  $W$  を表わしている<sup>9)</sup>。同様に、 $P(Q_2 + (1+r)I_2) = W$  である。また、 $P(Q_1 + (1+r)I_1) = P(Q_1 + I_1 + rI_1)$  だから、 $\alpha_1 = Q_1 + I_1$  とすれば、 $P(Q_1 + (1+r)I_1) = P(\alpha_1 + rI_1)$  と書ける。さらに、 $\beta_1 = \alpha_1 + rI_1$  とすれば、 $P(Q_1 + (1+r)I_1) = P(\alpha_1 + rI_1) = P\beta_1$  と書ける。したがって、 $P\alpha_1$  は第 1 産業の 1 労働あたり純生産物価値を表わしている。 $\alpha_1, \beta_1$  をそれぞれ第 1 産業の純産出ベクトルおよび賃金ベクトルと呼ぶことにする。第 2 産業もこれにならうものとすれば、(II-2') 式は、

図 II. 1





## 1. 資本構成が異なるケース

- (i) まず、 $r=0$  の場合  $\beta_i^0 = Q_i + I_i = \alpha_i$  ( $i=1, 2$ ) であるから、 $P(\beta_1^0 - \beta_2^0) = P(\alpha_1 - \alpha_2) = 0$  となる。これは、利潤がゼロの場合、相対価格は二つの純産出ベクトル  $\alpha_1, \alpha_2$  の差、すなわち線分  $\alpha_1\alpha_2$  と直交するような位置に決まることを意味している。換言すれば、 $p_1/p_2$  は線分  $\alpha_1\alpha_2$  の傾きに等しい<sup>10)</sup>。
- (ii)  $0 < r < R$  の場合 ( $R$  はゼロ賃金に対応する極大利潤率)  $P(\alpha_i + rI_i) = W$  ( $i=1, 2$ ) より、 $P(\beta_1 - \beta_2) = 0$ 、すなわち、 $p_1/p_2$  は線分  $\beta_1\beta_2$  の傾きに等しい。
- (iii)  $r=R$  の場合  $P(\alpha_i + RI_i) = 0$  ( $i=1, 2$ ) であるから、 $\beta_i^* = \alpha_i + RI_i$  と書けば  $P(\beta_1^* - \beta_2^*) = 0$ 。この場合賃金はゼロだから、線分  $\beta_1^*\beta_2^*$  は原点を通り<sup>11)</sup>、 $p_1/p_2$  はこれと直交する位置にある。
- (i)–(iii)の内容を図示すると図II.2のようになる。

## 2. 資本構成が均等のケース

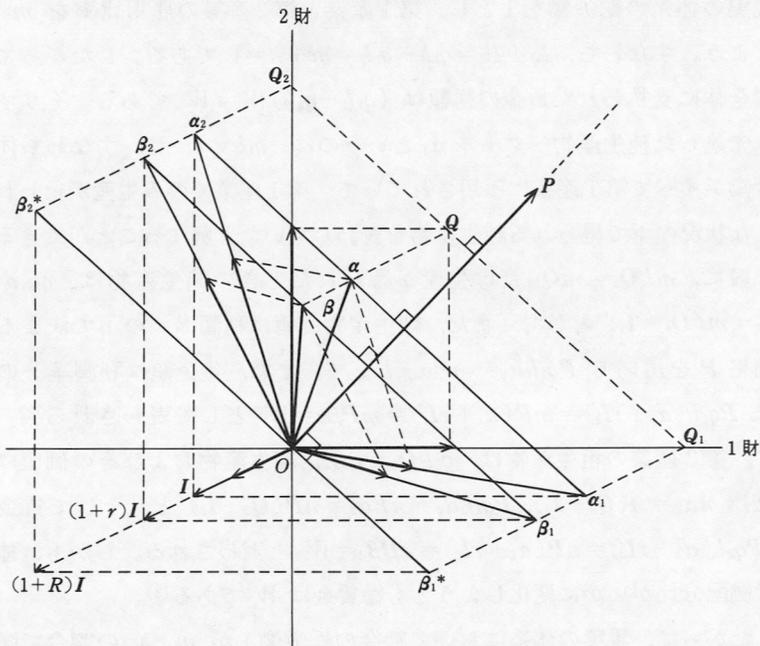
資本構成均等のケースにおいては、利潤率がゼロから極大値  $R$  の間のいかなる値をとろうとも、相対価格は不変にとどまるという事実は、次のように示すことができる。ただし、仮定により  $I_1 = I_2 = I$  である。

- (i)'  $r=0$  の場合、すなわち純生産物がすべて賃金に帰属する場合には、 $\beta_i^0 = Q_i + I = \alpha_i$  ( $i=1, 2$ ) であるから、 $P(\beta_1^0 - \beta_2^0) = P(Q_1 + I) - P(Q_2 + I) = P(\alpha_1 - \alpha_2) = P(Q_1 - Q_2) = 0$  となる。よって、 $P \perp Q_1Q_2$ ,  $P \perp \alpha_1\alpha_2$ ,  $P \perp \beta_1^0\beta_2^0$  である。
- (ii)'  $0 < r < R$  の場合、 $P\beta_1 - P\beta_2 = P(\alpha_1 + rI) - P(\alpha_2 + rI) = P(Q_1 + (1+r)I) - P(Q_2 + (1+r)I) = 0$ 。よって、 $P(\beta_1 - \beta_2) = P(\alpha_1 - \alpha_2) = P(Q_1 - Q_2) = 0$  となるので、 $P \perp Q_1Q_2$ ,  $P \perp \alpha_1\alpha_2$ ,  $P \perp \beta_1\beta_2$  である。
- (iii)'  $r=R$  の場合、純生産物はすべて利潤に帰属するので、 $P\beta_1^* = P(\alpha_1$

$+RI) = P(Q_1 + (1+R)I) = 0$ ,  $P\beta_2^* = P(\alpha_2 + RI) = P(Q_2 + (1+R)I) = 0$  となるから,  $P(\beta_1^* - \beta_2^*) = P(\alpha_1 - \alpha_2) = P(Q_1 - Q_2) = 0$ . すなわち,  $P \perp Q_1 Q_2$ ,  $P \perp \alpha_1 \alpha_2$ ,  $P \perp \beta_1^* \beta_2^*$  である。

したがって, (i)-(iii)より,  $\beta_1^0 \beta_2^0$ ,  $\beta_1 \beta_2$ ,  $\beta_1^* \beta_2^*$  とそれぞれ直交する  $P$  はいずれも  $Q_1 Q_2$ ,  $\alpha_1 \alpha_2$  ととも直交するため,  $Q_1 Q_2$ ,  $\alpha_1 \alpha_2$ ,  $\beta_1^0 \beta_2^0$ ,  $\beta_1 \beta_2$ ,  $\beta_1^* \beta_2^*$  はたがいに平行となることから, 次のようにいうことができる。すなわち, 相対価格は利潤率の変化に対して不変で,  $\alpha_1 \alpha_2$  と直交する投下労働価値に比例する。これらの関係を図示すれば, 図II.3のようになるであろう。

図II.3



### 3. 賃金フロンティア

本節のはじめに粗生産物ベクトル、純生産物ベクトルおよび賃金ベクトルをそれぞれ定義したが、それらは(I-1)式からすべて1労働あたりのデータへと変更されたものであった。賃金についていえば、現実の生産体系を表わす(I-1)式からわかるように、各産業で雇用されている労働に対して実際に支払われた賃金総額は  $L_1W + L_2W$  である。したがって、ここで賃金フロンティアについて論じる際は、与えられた体系の総労働が各産業に対してどのような割合で配分されていて、それに対して賃金がどれだけ支払われているかといった点が考慮されなければならない。

現実の体系の総労働を1とし、第1産業と第2産業の雇用比率を  $m : n$  としよう。すなわち、 $L_1 + L_2 = q_1l_1 + q_2l_2 = m + n = 1$  である。したがって、労働全体に支払われた賃金の総額は  $(q_1l_1 + q_2l_2)W = W$  である。そうすると、先述した純生産物ベクトル  $\alpha_1$  というのは、 $q_1l_1 = m = 1$ 、すなわち体系の労働がすべて第1産業に雇用されていて、第1産業でのみ生産が行われるような状況の下で得られる純生産物を表わしていたと解することができる。

一般に、 $q_1l_1Q_1 = mQ_1$  だけ生産が行われたときの純生産物は、 $q_1l_1\alpha_1 = m\alpha_1 = m(Q_1 + I_1)$  として、また、純生産物価値は利潤率  $r$  の下で決まる相対価格  $P$  を用いて  $Pq_1l_1\alpha_1 = mP\alpha_1$  として、また、賃金額は利潤率  $r$  の下では  $Pq_1l_1(\alpha_1 + rI_1) = mP(\alpha_1 + rI_1) = mP\beta_1 = W_1$  として表わされる<sup>12)</sup>。同様に、第2産業の粗生産物は、 $q_2l_2Q_2 = nQ_2$ 、純生産物およびその価値は、 $q_2l_2\alpha_2 = n\alpha_2 = n(Q_2 + I_2)$ 、 $Pq_2l_2\alpha_2 = nP\alpha_2 = nP(Q_2 + I_2)$  と、そして賃金額は  $Pq_2l_2(\alpha_2 + rI_2) = nP(\alpha_2 + rI_2) = nP\beta_2 = W_2$  と表わされる。しかも、体系の労働配分比がいかに変化しようとも総賃金は  $W$  である<sup>13)</sup>。

したがって、現実の体系において社会の総労働1が  $m : n$  の割合で配分されているような場合の粗生産量、純生産物、賃金を表わす各々のベクトルは、上記のベクトル非負1次結合として、それぞれ  $mQ_1 + nQ_2$ 、 $m(Q_1 +$

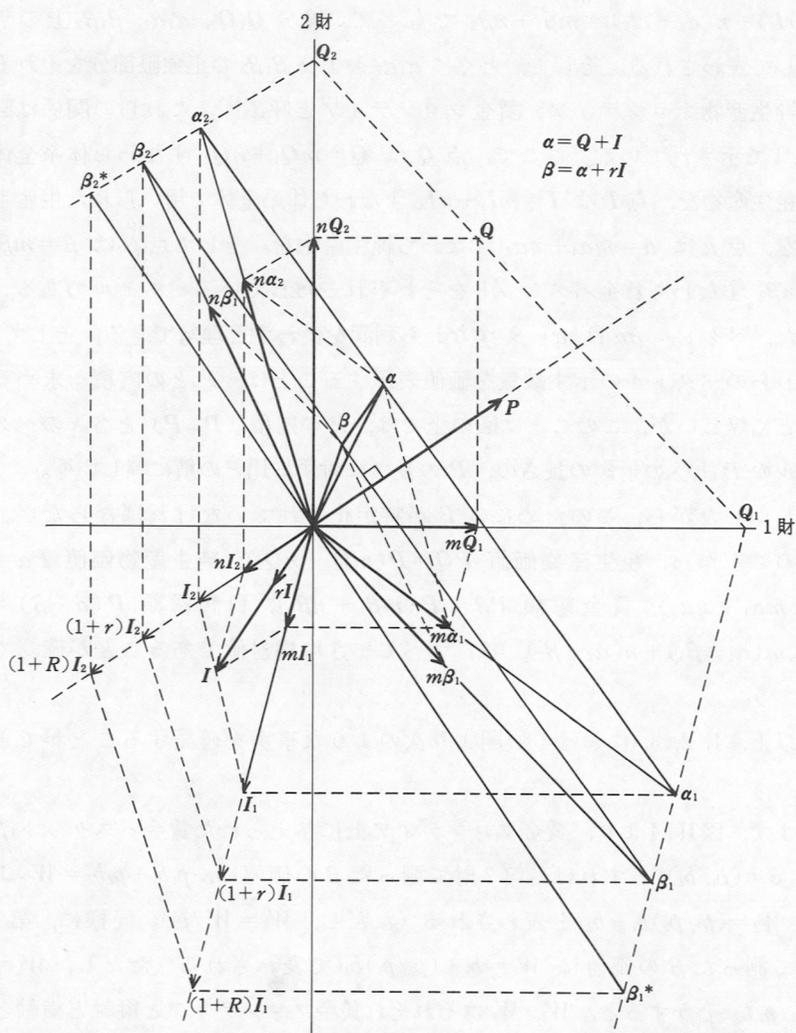
$I_1) + n(Q_2 + I_2) = m\alpha_1 + n\alpha_2$ ,  $m(Q_1 + (1+r)I_1) + n(Q_2 + (1+r)I_2) = m(\alpha_1 + rI_1) + n(\alpha_2 + rI_2) = m\beta_1 + n\beta_2$  をもって、線分  $Q_1Q_2$ ,  $\alpha_1\alpha_2$ ,  $\beta_1\beta_2$  上の点として表わされる。そして、とくに  $\alpha_1\alpha_2$  および  $\beta_1\beta_2$  の正象限部分をそれぞれ純生産物フロンティア、賃金フロンティアと呼ぶ<sup>14)</sup>。これらの関係は図 II. 4 で示されている。ここで、点  $Q$  は  $Q = mQ_1 + nQ_2$  すなわち体系全体の粗生産物を、点  $I$  は  $I = mI_1 + nI_2$  すなわち体系全体で用いられた生産手段を、点  $\alpha$  は  $\alpha = m\alpha_1 + n\alpha_2$  すなわち純生産物を、そして点  $\beta$  は  $\beta = m\beta_1 + n\beta_2$  すなわち賃金バスケットをそれぞれ表わしているベクトルである。また、ベクトル  $\beta\alpha$  は  $\alpha - \beta$  すなわち利潤を表わすと理解できる。そして、これらのベクトルの示す数量を価値表示することは、 $P$  との内積を求めることに等しいが、このことは図の上では、 $P$  の内積  $(P, P)$  と各々のベクトルの  $P$  上への射影の長さの、 $P$  の長さに対する比との積に等しい<sup>15)</sup>。

しかしながら、このためには  $P$  が特定化されていなければならない。このことから、粗生産物価値  $PQ = P(mQ_1 + nQ_2)$ 、純生産物価値  $P\alpha = P(m\alpha_1 + n\alpha_2)$ 、賃金総額  $P\beta = P(m\beta_1 + n\beta_2)$ 、利潤総額  $P(\alpha - \beta) = P(m(\alpha_1 - \beta_1) + n(\alpha_2 - \beta_2))$  は、すべてまさに相対値であることが確認できよう。

以上、1, 2, 3, における展開より次のような事実を確認することができる。

まず、図 II. 4 より、賃金フロンティア上に与えられた賃金バスケット  $\beta$  を  $\beta = (b_1, b_2)$  とすれば、第 2 財で測った  $\beta$  の価値は、 $p_1b_1 + p_2b_2 = W$  より  $W_2 = (p_1/p_2)b_1 + b_2$  と表わされる（ただし、 $W_2 = W/p_2$ ）。同様に、第 1 財で測った  $\beta$  の価値は  $W_1 = b_1 + (p_2/p_1)b_2$  で表わされる（ただし、 $W_1 = W/p_1$ ）。そうすると、 $W_2$ ,  $W_1$  はそれぞれ賃金フロンティアと縦軸と横軸との交点であることから<sup>16)</sup>、利潤率  $r$  の上昇によって賃金フロンティアが原点に向かって移動するのに対応して、 $W_2$ ,  $W_1$  も原点に向かって移動することになる。

图 II. 4

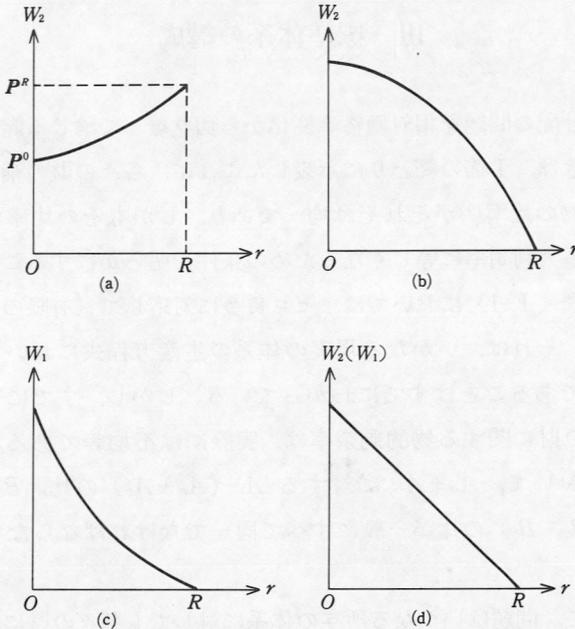


このことから、(1) 賃金はどの財で測って表わされようとも、利潤率と相反関係をもつことがわかる。

利潤率の上昇とともに賃金フロンティアが原点に向かって移動すると、ついに賃金バスケットが原点そのものである場合が生じるであろう。このとき、賃金はまったく支払われないことになるから、(2) 利潤率はその極大値をとり無限に大きくはなりえないことがわかる。

第2財で測った  $\beta$  の価値  $W_2 = b_1 + (p_1/p_2)b_1$  の変化は、 $W_2$  が賃金フロンティアの縦軸との切片であることから、利潤率の上昇とともに次第に低下することは図II.4から明白であるけれども、この場合には相対価格  $p_1/p_2$  が  $r$  の上昇に応じて上昇することが  $W_2$  の低下の程度を緩かにするであろう。このことから、(3) 利潤率  $r$  と賃金率  $W_2$  との関係は、 $r$  と  $p_1/p_2$  との関係が図

図II.5



II. 5(a)のような場合には(b)のような形になるであろう。逆に、 $r$ と第1財で測った実質賃金率  $W_1$ との関係は(c)のようになるであろう。

他方、利潤率がゼロの場合、賃金フロンティアは純生産物フロンティアに等しくなるので、 $\alpha$ が賃金バスケットを示すことになる。よって、(4)有限の極大賃金が存在する。

図II. 2および注10)の図から、相対価格  $p_1/p_2$ は  $r=0$ における投下労働価値  $P^0$ から始まって、 $r$ の上昇とともに上昇し、 $r=R$ における  $P^R$ に至る<sup>17)</sup>。そして、(5)その値はつねに正でしかも変化の幅は有限である。

以上の結果に付け加えて、図II. 3に示されるような資本構成が均等のケースにおいては、利潤率の変化に対して賃金バスケットの構成比 ( $b_2/b_1$ ) および相対価格 ( $p_1/p_2$ ) は一定だから、(6)  $W_2(W_1)$ と  $r$ の関係は(d)のような形になるであろう<sup>18)</sup>。

### III 標準体系の構成

一般に、分配の問題を相対価格の変化から切り離して論じる際にもっとも大切な手続きは、I節の終わりに示唆したように、各々の財の補填部分に対する純生産物の比率<sup>19)</sup>がそれぞれ均一であり、しかもその比率がゼロ賃金に対応する極大利潤率に等しくなるための条件を明らかにすることである。

生産方程式 (I-1) においては、ゼロ賃金に対応して (有限の) 極大利潤率が存在し、それは、いかなる現実の体系の生産方程式においても求めることが可能であることはすでにわかっている。しかし、すでに言及したように、各々の財に関する物的剰余率は、実際には不均等である。例えば、(I-1)式において、 $A_a + A_b$  に対する  $A - (A_a + A_b)$  の比、 $B_a + B_b$  に対する  $B - (B_a + B_b)$  の比が一般にすべて同一でなければならぬ理由は何もない。

したがって、問題はいかなる所与の体系に対しても各々の財に関する物的

剰余率を生産方程式のゼロ賃金に対応する極大利潤率  $R$  に等しくするような操作とはどのようなものかを明らかにすることである。

結論を先取りしていえば、そのような操作とは、労働者1人あたり消費がゼロという事態に対する物的剰余率を求めることである。

逆にいえば、なぜ生産方程式においてゼロ賃金に対応する極大利潤率  $R$  に等しくなるような物的剰余率を求めようとする操作を現実の体系に対して施すのかといえ、この操作によってある特定の財の合成商品を得ることができて、この合成商品を価値の尺度標準とするならば、図II. 2で見たような分配の変化によって引き起こされる相対価格の変動とは独立に、賃金と利潤の関係を検討することができるからに他ならない。

### 1. 消費フロンティアと賃金フロンティア

各々の産業は均等な投資率  $g$  の割合で各々の純生産物から純投資を行うものとすれば、 $g$  は均等な成長率を意味するであろう。もしも、第1産業のみ単独に稼動されるものとすれば、この場合、純投資は  $g(-I_1)$  で表わされるであろう。したがって、第1産業の財の純生産物から純投資部分を差し引いたもの、すなわち  $\alpha_1 - g(-I_1) = \alpha_1 + gI_1$  は、労働者1人あたりで見た、消費に向けられる第1財の量を表わすベクトル<sup>20)</sup>ということになる。これを  $\gamma_1$  とすれば、 $\gamma_1 = \alpha_1 + gI_1 = Q_1 + (1+g)I_1$  と書ける。同様に、第2産業のみ単独に稼動される場合の、第2財の純投資部分と消費に向けられる部分との関係は、 $\gamma_2 = \alpha_2 + gI_2 = Q_2 + (1+g)I_2$  で表わされる。

すでに述べたように、現実には社会の総労働  $L_1 + L_2 = q_1 l_1 + q_2 l_2 = 1$  が、 $m : n$  の割合で配分されるように各産業は同時に稼動されているわけだから、労働者1人あたりで見た消費バスケットは、ベクトル  $\gamma_1 - \gamma_2$  によって形成される消費フロンティア上の一点として与えられるであろう。すなわち、

$$\begin{aligned}
e &= m\gamma_1 + n\gamma_2 \\
&= m(\alpha_1 + gI_1) + n(\alpha_2 + gI_2) \\
&= m(Q_1 + (1+g)I_1) + n(Q_2 + (1+g)I_2) \quad (\text{III-1})
\end{aligned}$$

である。

そこで、

- (i)  $g=0$ , すなわち純投資がまったく行われぬものとすれば,  $e = m\alpha_1 + n\alpha_2$  となり, 純生産物に等しい。
- (ii) 逆に, 各財について純生産物をすべて投資し尽くしてしまうような極大の成長率を  $G$  とすれば, この  $G$  に対して  $e = m(\alpha_1 + GI_1) + n(\alpha_2 + GI_2) = m\gamma_1^* + n\gamma_2^* = 0$  となるため, ベクトル  $\gamma_1^* - \gamma_2^*$  は原点を通るのである。このことは, (有限な) 最大成長率  $G$  が存在することを意味している。

(i) のケースは, 純生産物がそっくり消費に残されること, 換言すれば, 労働者 1 人あたり消費バスケットには最大値 (限度) があることを意味している。しかしながら, このことは, 生産方程式におけるゼロ利潤のケースと同等ではないことに注意しなければならない。なぜならば, (i) のケースは純生産物が労働者階級と資本家階級の間にもどのように分配されるかについては何も語っていないからである。この問題は, 賃金フロンティアからでなければ明らかにできない。

(ii) のケースは, それとは逆に, 純生産物がそっくり純投資としてすべて控除されて, 賃金にあてられる部分もまったく残っていないことから見て, 生産方程式におけるゼロ賃金のケースを含意する。

したがって, 消費フロンティア  $\gamma_1\gamma_2$  と賃金フロンティア  $\beta_1\beta_2$  との関係については,  $g=0$  のとき  $\alpha_1\alpha_2$  と  $\gamma_1\gamma_2$  が,  $g=G$  のとき  $\beta_1^*\beta_2^*$  と  $\gamma_1^*\gamma_2^*$  とが重なることは明白である。したがって,

- (iii) 最大成長率  $G = \text{極大利潤率 } R$

が成り立つ<sup>21)</sup>。

次に、消費バスケットと賃金バスケットの関係について考察しよう。労働者1人あたり消費 $\equiv$ 純生産物 $-$ 純投資 $\equiv$ 労働者階級の消費部分 $+$ 資本家階級の消費部分であるから、第1産業が単独で稼働される場合には、上述の関係は次のように表わせる。

$$\gamma_1 = \alpha_1 + gI_1 = \beta_1 + \pi(-I)$$

ただし、 $\pi(-I)$ は資本家階級に帰属する労働者1人あたり消費の部分を表わす。

したがって、上式は

$$\gamma_1 + \pi I_1 = \alpha_1 + (g + \pi)I_1 = \beta_1 = \alpha_1 + rI_1$$

と書き替える。したがって、 $g + \pi = r$ である。

同様に、第2産業(第2財)についても次式が得られる。

$$\gamma_2 + \pi I_2 = \alpha_2 + (g + \pi)I_2 = \beta_2 = \alpha_2 + rI_2$$

ところで、現実の体系における消費バスケット  $e$  はまた、

$$\begin{aligned} e &= m\alpha_1 + n\alpha_2 + g(mI_1 + nI_2) \\ &= \alpha + gI \end{aligned} \tag{III-1'}$$

と書ける。さらに、賃金バスケット  $m\beta_1 + n\beta_2 = \beta$  は、次のように表わされる。

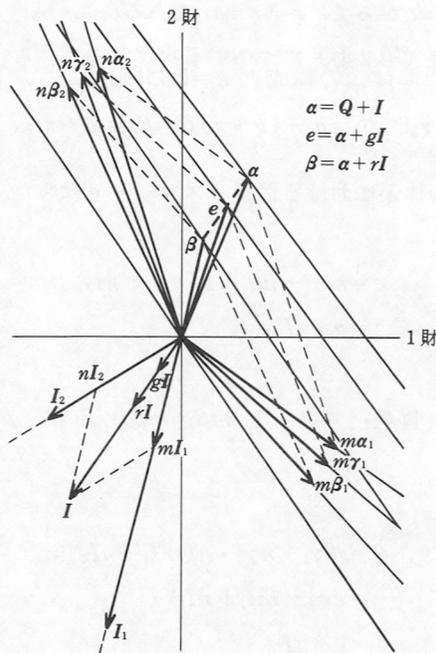
$$\begin{aligned} \beta &= m\gamma_1 + n\gamma_2 + \pi(mI_1 + nI_2) \\ &= e + \pi(mI_1 + nI_2) \\ &= e + \pi I \end{aligned} \tag{III-2}$$

そこで、(III-1')式と(III-2)式とを辺々加え合わせると、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 (\alpha - e) + (e - \beta) &= (-gI) + (-\pi(mI_1 + nI_2)) \\
 &= \text{純投資} + \text{資本家階級消費}
 \end{aligned}$$

以上の関係を図II.4で示された関係と比較して図示すれば、図III.1のように表わすことができる。これによれば、図II.4で示された賃金ベクトル $\beta$ とは区別される労働者1人あたり消費ベクトル $e$ が新たに導入されている点に意味がある。このことにより、図II.4において $\alpha - \beta$ で示された利潤は、 $\alpha - e$ で示される純投資部分と $e - \beta$ で示される資本家階級の消費部分の和として表わされることになるわけである。実際、 $(\alpha - e) + (e - \beta)$

図III.1



=  $\alpha - \beta$  となることが図III.1より容易に確認できるのである。

図III.1の労働者1人あたり消費バスケット  $e = m\gamma_1 + n\gamma_2$  を  $e = (e_1, e_2)$  とおいて、利潤率  $r$  に対応する相対価格で評価すると、 $(P, e) = E$  とすれば、 $e_2 = -\frac{p_1}{p_2}e_1 + c_2$  (ただし、 $c_2 = E/p_2$ ) あるいは  $e_1 = -\frac{p_2}{p_1}e_2 + c_1$  (ただし、 $c_1 = E/p_1$ ) を得る。したがって、 $c_2$  と  $c_1$  とを結んでできる直線は、賃金フロンティア  $\beta_1\beta_2$  と同じ傾き  $p_1/p_2$  を有し、縦軸と横軸との切片がそれぞれ  $c_2, c_1$  となっている。

$g$  の上昇とともに原点に向かって推移する消費フロンティア  $\gamma_1\gamma_2$  上の労働者1人あたり消費バスケット  $e$  は、 $\gamma_1\gamma_2$  の推移とともに原点に向かって移動し、 $\gamma_1\gamma_2$  の移動は  $r$  の変化とは無関係であるため利潤率  $r$  が不変であるかぎりには相対価格  $P$  は不変だから、労働者1人あたりの消費バスケット  $e$  の価値は、 $g$  の上昇にもなまって必ず低下する。その逆は、逆となろう。したがって、右下りの消費フロンティアが描けるであろう<sup>22)</sup>。

## 2. 標準体系の構成と $e=0$ の関係について

以下では、標準商品を求めることを課題とする。その場合、先述の消費フロンティア上で労働者1人あたり消費ベクトル  $e$  をゼロとすることの意味するものについて考え、幾何学的な確認を行うことにしよう。

また、このセクションの残りの部分では、標準商品に頼ることなしに分配関係を相対価格の変化から切り離して取扱うもう一つの方法について論じている。

以下では、消費フロンティアにおいて  $e=0$  とすることの意味について考えてみよう。

所与の現実の生産方程式を支えている物的再生産構造が、

$$\begin{aligned} q_1 &= (1+g)(a_{11}q_1 + a_{12}q_2) + e_1 \\ q_2 &= (1+g)(a_{21}q_1 + a_{22}q_2) + e_2 \end{aligned} \tag{III-3}$$

あるいは、ベクトル表示で、

$$m(Q_1 + (1+g)I_1) + n(Q_2 + (1+g)I_2) = e \quad (\text{III-3})$$

のように、労働者1人あたり消費  $e = (e_1, e_2)$  を  $g$  の割合での投資増を保証するようなもので、しかも体系の総労働  $L_1 + L_2 = q_1 l_1 + q_2 l_2$  が現在のところ  $m : n$  で第1産業、第2産業へ配分されているものとしよう。

本節の冒頭で述べたように、分配関係を相対価格の変化から切り離して論じようとする場合に必要な条件は、物的剰余率が各々の財に対して均一であることである。

そのためには、現実の生産体系から出発して、一般にさまざまに異なっている物的剰余率を均等にするためには、この体系に対していかに手を加えなければならないかを明らかにし、それを幾何学的に確認することが大切である。

(III-3)式より、

$$\frac{q_1 - (a_{11}q_1 + a_{12}q_2)}{a_{11}q_1 + a_{12}q_2} = \frac{g(a_{11}q_1 + a_{12}q_2) + e_1}{a_{11}q_1 + a_{12}q_2}$$

$$\frac{q_2 - (a_{21}q_1 + a_{22}q_2)}{a_{21}q_1 + a_{22}q_2} = \frac{g(a_{21}q_1 + a_{22}q_2) + e_2}{a_{21}q_1 + a_{22}q_2}$$

と変形してみると、各々の財に関して物的剰余率がさまざまである理由は、均一の成長率の仮定の下では労働者1人あたり消費を表わす  $e_1$  だけの第1財と  $e_2$  だけの第2財の、生産手段として全産業で使用された各々の財の総量に対する比、 $e_1 / (a_{11}q_1 + a_{12}q_2)$ 、 $e_2 / (a_{21}q_1 + a_{22}q_2)$  は、一般には必ずしも均等である保証がないという点にあることがわかる。

このことから、物的剰余率を均等にする方法は、 $e_1 = e_2 = 0$  と仮定することである。このことは、したがって、純投資が最大成長率  $G$  で行わ

れることを保証するように、すなわち、

$$\frac{q_i^* - (a_{i1}q_1^* + a_{i2}q_2^*)}{a_{i1}q_1^* + a_{i2}q_2^*} = \frac{G(a_{i1}q_1^* + a_{i2}q_2^*)}{a_{i1}q_1^* + a_{i2}q_2^*} = G \quad (\text{III-4})$$

( $i=1, 2$ )

ただし、 $q_1^*l_1 + q_2^*l_2 = 1$

となるように変形されなければならないことを意味する。

問題は、

$$m(\mathbf{Q}_1 + (1+g)\mathbf{I}_1) + n(\mathbf{Q}_2 + (1+g)\mathbf{I}_2) = \mathbf{e}$$

に作用して、

$$\eta m(\mathbf{Q}_1 + (1+G)\mathbf{I}_1) + \mu n(\mathbf{Q}_2 + (1+G)\mathbf{I}_2) = \mathbf{0}$$

かつ  $\eta m + \mu n = 1$

をみたすような1組の乗数  $\eta, \mu$  を求めることに他ならない。 $\eta m + \mu n = 1$  は、「標準体系で雇用される労働量が現実の体系におけるのと同じであることが要求される」<sup>23)</sup>ことを意味する。

$\eta m = \phi_1, \mu n = \phi_2$  と書くことにすれば、上式は、

$$-G(\phi_1\mathbf{I}_1 + \phi_2\mathbf{I}_2) = \phi_1(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{I}_1) + \phi_2(\mathbf{Q}_2 + \mathbf{I}_2)$$

もしくは、

$$-G(\phi_1\mathbf{I}_1 + \phi_2\mathbf{I}_2) = \phi_1\boldsymbol{\alpha}_1 + \phi_2\boldsymbol{\alpha}_2$$

ただし、 $\phi_1 + \phi_2 = 1$  (III-5)

と表わされる。したがって、 $q_1 l_1 = m$ ,  $q_2 l_2 = n$  であったから、当初の労働配分  $m : n$  を  $\eta m : \mu n$  に変更するような乗数  $\eta$ ,  $\mu$  は、ゼロ消費に対応する最大成長率  $G$  を保証するように生産量を  $\eta q_1 = q_1^*$ ,  $\mu q_2 = q_2^*$  に変更するようなものであるといつてよい<sup>24)</sup>。

そして、標準体系の総労働と現実の体系の総労働とを等しくする  $\phi_1 + \phi_2 = 1$  という条件をみたす標準商品から形成される純生産物、スラッフアの言葉を借りていえば、「標準商品のうちで、現実の体系の年労働の全体を使用する標準体系の純生産物を形成する数量」<sup>25)</sup>のことを標準純生産物もしくは標準国民所得という。

(III-5)式によれば、純生産物ベクトル  $\phi_1 \alpha_1 + \phi_2 \alpha_2$  は投入ベクトル  $\phi_1 I_1 + \phi_2 I_2$  の  $-G$  倍であることから、これら二つのベクトルは原点を挟んで同一直線上で向い合うかっこうになっている。

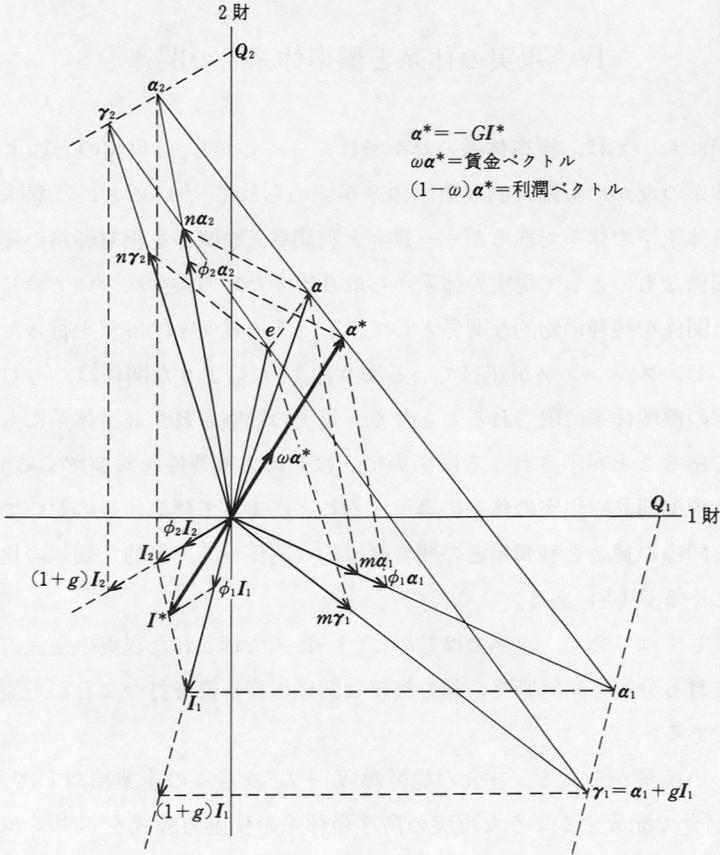
図III.2には、これら二つのベクトルどうしの関係だけでなく、現実の体系におけるそれに対応する二つのベクトルの関係も示されている。ただし、 $\alpha^*$  は  $\phi_1(Q_1 + I_1) + \phi_2(Q_2 + I_2) = \phi_1 \alpha_1 + \phi_2 \alpha_2$  を、 $I^*$  は  $\phi_1 I_1 + \phi_2 I_2$  を表わす。

したがって、上に述べた  $m(Q_1 + (1+g)I_1) + n(Q_2 + (1+g)I_2) = m(\alpha_1 + gI_1) + n(\alpha_2 + gI_2) = m\gamma_1 + n\gamma_2 = e$  から  $\eta m(Q_1 + (1+G)I_1) + \mu n(Q_2 + (1+G)I_2) = \phi_1(\alpha_1 + GI_1) + \phi_2(\alpha_2 + GI_2) = 0$  への変換は、 $\alpha$  と  $gI$  との和としての  $e$  から、 $\alpha^*$  と  $GI^*$  との和としてゼロに変化することであるようすを見て取ることができるであろう。

このとき、各々の財についての物的剰余率すなわち、財ごとに見た投入物に対する純生産物の関係がいずれの財についても同一比率、すなわち「標準比率」を保っている。それゆえに、各々の財についての純生産物どうしの比もまた各々の財についての投入物どうしの比に等しい関係を保っている。

つまり、(III-5)式で見ると  $\eta$ ,  $\mu$  は「その結果として現われる各種商品の数量が、(生産手段として)方程式の左辺の集計量の間で占めるのと同じ割

図 III. 2



合を、(生産物として) 右辺において、相互の間に、保持するよう<sup>25)</sup>に生産量を  $\eta q_1$ ,  $\mu q_2$  に変更するような乗数のことである。

したがって、標準純生産物のうちから賃金にふり当てられる割合を  $\omega$  とおけば、 $(1-\omega)(\phi_1\alpha_1 + \phi_2\alpha_2)$  は利潤を構成し、生産手段も標準純生産物の  $-\frac{1}{G} \left( = -\frac{1}{R} \right)$  倍にあたるから、これら三つの商品の混合体は相対価格とは無関係な商品の数量間の比率として、 $r = R(1-\omega)$  で表わされる直線的な

分配関係を一応形成するものと見てもよい<sup>26)</sup>。

#### IV 現実の体系と標準体系との関連

前節においては、標準体系のなかでは、——しかし、「現実のどのような経済体系のなかにも縮尺的な標準体系が埋められて」<sup>27)</sup>いるという意味ではそれ自体架空の体系であるが——賃金と利潤率との関係を相対価格の変化とは無関係なものとして現実の体系から取り出すための条件について論じ、そうした関係を純粹に物的な関係として示し、その幾何学的解釈を行った。

しかし、スラフファが述べているように、「このような関係は、その適用が仮想の標準体系に限られることなく、現実の観察された経済体系にも拡大可能であることが示されうるばあいには、はじめて重要性をおびてくる」<sup>28)</sup>理由は、標準商品を現実の体系に適用することによって標準体系において得られたと同様の賃金と利潤率との間の直線的な関係が「集計的な価値の比率から出てくる」<sup>29)</sup>点にある。

そうしてはじめて、本稿のはじめに(I-1)式で示された現実の生産方程式に含まれる分配と相対価格の間の複雑な関係に終止符を打つことが可能となるのである。

二つの産業から成る、社会の総労働  $L_1 + L_2$  を各々の産業に対して  $m : n$  の割合で配分するような現実の所与の体系の生産方程式をベクトル表示すれば、

$$P(mQ_1 + nQ_2) = -(1+r)P(mI_1 + nI_2) + P(m\beta_1 + n\beta_2)$$

あるいは、

$$-rP(mI_1 + nI_2) = P(m\alpha_1 + n\alpha_2) - P(m\beta_1 + n\beta_2)$$

ただし、 $r$  は所与。

となる。すなわち、総利潤率＝純生産物総額＋賃金総額というふうに、集計的な価値の関係となっている。

これに標準商品  $\eta$ ,  $\mu$  を適用すると次の等式が得られる<sup>30)</sup>。

$$-rP(\phi_1 I_1 + \phi_2 I_2) = P(\phi_1 \alpha_1 + \phi_2 \alpha_2) - P(\phi_1 \beta_1 + \phi_2 \beta_2)$$

ただし、 $\phi_1 = \eta m$ ,  $\phi_2 = \mu n$

ここで、 $P(m\beta_1 + n\beta_2) = P(\phi_1 \beta_1 + \phi_2 \beta_2) = \omega P(\phi_1 \alpha_1 + \phi_2 \alpha_2)$  となるような適当な  $\omega$  を選べば<sup>31)</sup>、上式は、

$$\begin{aligned} -rP(\phi_1 I_1 + \phi_2 I_2) &= (1 - \omega)P(\phi_1 \alpha_1 + \phi_2 \alpha_2) \\ &= (1 - \omega)(-R)P(\phi_1 I_1 + \phi_2 I_2) \end{aligned}$$

となることから、

$$r = R(1 - \omega) \quad (\text{III-6})$$

を得る。

しかし、この関係は生産方程式に  $\eta$ ,  $\mu$  を適用することから出発しなくても、既に示唆されているように、賃金が標準純生産物で価値額として表わされさえすれば得ることができる。すなわち、適当な  $\omega$  を選ぶことにより、

$$\begin{aligned} P\beta &= P(\phi_1 \beta_1 + \phi_2 \beta_2) \\ &= P(\phi_1 \alpha_1 + r\phi_1 I_1) + P(\phi_2 \alpha_2 + r\phi_2 I_2) \\ &= P\omega(\phi_1 \alpha_1 + \phi_2 \alpha_2) \\ &= P\omega\alpha^* \end{aligned}$$

と表わされることから、

$$\begin{aligned}
 rPI^* &= P\omega\alpha^* - P\alpha^* \\
 &= (\omega - 1)P\alpha^* \\
 &= (\omega - 1)(-R)PI^*
 \end{aligned}$$

ただし、

$$I^* = \phi_1 I_1 + \phi_2 I_2$$

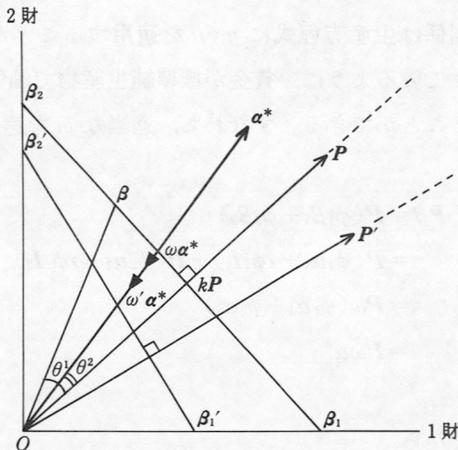
となり、 $r = R(1 - \omega)$  を得る。

では、(III-6)式が相対価格の変化から独立している理由について、幾何学的に解釈してみよう。

図IV.1において、所与の利潤率  $r$  に対して賃金フロンティア  $\beta_1\beta_2$  上にある賃金ベクトル  $\beta$  は、したがって、利潤率の上昇につれて賃金フロンティアの移動とともにそれと同じ方向に移動するけれども、賃金と利潤率との関係は、相対価格の変化の影響を受けて、価値尺度財のとり方しだいで変化のしかたは、II-3節で示されたように、一様でないことがわかっている。

そこで、標準純生産物を価値尺度財としてとれば、このことは現実の賃金変化をそれと等価な標準純生産物の一部の変化として、標準純生産物ベクト

図IV. 1



ル  $\alpha^*$  上の  $\omega$  という無名数の変化でもって表わすことができるということの意味している。これが(III-6)式の示す分配関係が相対価格の変化から独立しているということの幾何学的解釈である。

最後に、現実の体系において労働者階級および資本家階級の消費を表わすバスケットの構成がその体系の純生産物と同じ構成より成るものと仮定しよう。そうすると、社会全体の消費バスケットは、次のように表わされる。

$$e = \alpha + gI = \varepsilon\alpha$$

ただし、

$$0 < \varepsilon < 1$$

したがって、 $\alpha = -\frac{g}{1-\varepsilon}I$  となる。賃金バスケットも同様に現実体系の純生産物と同一の構成をもつものとすれば、 $\beta = \Omega\alpha$  と表わすことができる (ただし、 $0 < \Omega < 1$ )。そうすると、 $\beta = \alpha + rI = \Omega\alpha$  より、利潤を示すベクトルは、 $-rI = (1-\Omega)\alpha$  と表わされることになる。

以上のことは、賃金も利潤も生産手段もすべて純生産物と同じ構成をもつがゆえに、それで表わされることを、すなわち、もしもこのような現実の体系が存在するものとすれば、この体系はそれ自体が標準体系であることを意味している。

したがって、 $-rPI = (1-\Omega)Pa$  であるから、

$$\begin{aligned} r &= -(1-\Omega)\frac{Pa}{PI} \\ &= R'(1-\Omega) \end{aligned}$$

ただし、

$$R' = \frac{g}{1-\varepsilon}$$

で表わされる、利潤率  $r$  と賃金分配率  $\Omega$  との間の直線関係が得られる。

以上のことから、利潤率と賃金との間の分配関係を相対価格の変化の影響

から切り離して論じることのできる右下りの直線関係は、

- (1) 資本構成が均等であること
- (2) 標準商品を価値尺度財に選ぶこと
- (3) 現実の体系が標準体系の性質をそなえていること

がみたまわっている場合に得られるということがわかった。そして、これ以外にはおそらくありえないであろうということ、本稿の幾何学的表現は教えてくれているように思われる。

〔注〕

- 1) スラッファ体系を幾何学的に解釈しようと試みた文献は数多いが、本稿では L. Mainwaring, *Value and Distribution in Capitalist Economies—An Introduction to Sraffian Economics*, Cambridge U.P., 1984 および岡敏弘「スラフフィアン経済学入門 ①—⑦」における展開を参考にしている。
- 2) 以下では、P. Sraffa『商品による商品の生産』を PCMC (*Production of Commodities by Means of Commodities*) と記す。
- 3) D. リカードウ [3], 49 ページ。
- 4) P. スラッファ [4], 30 ページ。
- 5) P. スラッファ [4], 30 ページ。
- 6) このことは、賃金が固定的な生存資料という要素の他に剰余生産物からの控除という部分を含む可能性を認めることを意味する。P. スラッファ [4], 8 節を参照。
- 7) P. スラッファ [4], 28 ページ。
- 8) A, B をそれぞれ  $q_1, q_2$  に読み替え、 $A_a/q_1 = a_{11}, B_a/q_1 = a_{21}, A_b/q_2 = a_{12}, B_b/q_2 = a_{22}, L_a/q_1 = l_1, L_b/q_2 = l_2$  とすることにより得られる。

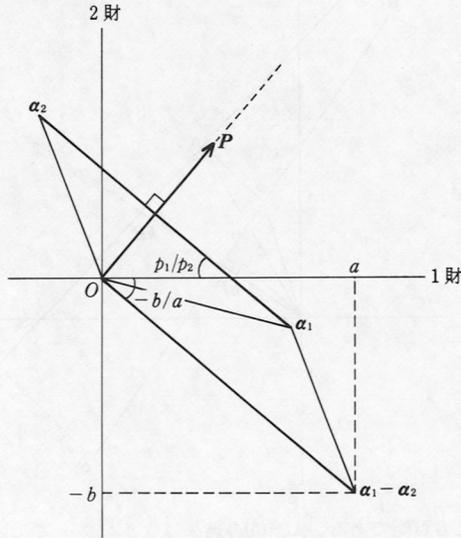
$$9) \quad Q_1 + (1+r)I_1 = \left[ \frac{1}{l_1}, 0 \right]^t + (1+r) \left[ -\frac{a_{11}}{l_1}, -\frac{a_{21}}{l_1} \right]^t \\ = \left[ \frac{1 - (1+r)a_{11}}{l_1}, -\frac{(1+r)a_{21}}{l_1} \right]^t$$

だから、

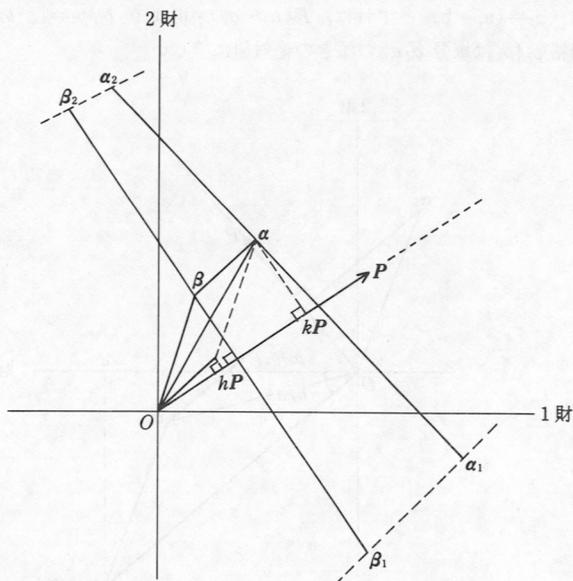
$$P(Q_1 + (1+r)I_1) = [p_1, p_2] \left[ \frac{1 - (1+r)a_{11}}{l_1}, -\frac{(1+r)a_{21}}{l_1} \right]^t \\ = \frac{p_1 - (1+r)(a_{11}p_1 + a_{21}p_2)}{l_1} \\ = \frac{l_1 W}{l_1} \\ = W$$

P. スラッファの標準商品についての一幾何学的解釈 (宇野)

- 10)  $\alpha_1 - \alpha_2 = (a, -b)$  とすれば,  $P(\alpha_1 - \alpha_2) = 0$  より  $p_1/p_2 = |-b/a|$ , すなわち相対価格  $p_1/p_2$  は線分  $\alpha_1\alpha_2$  の傾きの絶対値に等しい。



- 11) 実質賃金はいずれかの財で構成されざるを得ないので, 賃金がゼロの場合, 賃金フロンティアは原点を通らなければならない。II-3「賃金フロンティア」を見よ。
- 12) 容易にわかるように, 第1産業の投入物価値およびそれに対する利潤額は, 利潤率  $r$  の下で与えられる相対価格  $P$  でもって, それぞれ  $-Pq_1hI_1 = -mPI_1$ ,  $-rPq_1hI_1 = -rmPI_1$  と表わされる。よって, 純生産物価値は,  $mP\alpha_1 = (1-a_1)p_1q_1 - a_{21}p_2q_1 = p_1q_1 - (a_{11}p_1q_1 + a_{21}p_2q_1)$  であり, 賃金は  $mP(\alpha_1 + rI_1) = p_1q_1 - \{(a_{11}p_1q_1 + a_{21}p_2q_1) + r(a_{11}p_1q_1 + a_{21}p_2q_1)\} = q_1hW$  である。これを  $W_1$  と書く。
- 13)  $W_1 + W_2 = (q_1h + q_2h)W = W$
- 14) この場合の賃金フロンティアは,  $0 < r < R$  に対応するものであることはいうまでもない。 $r = R$  に対応する賃金フロンティアは, 図II.2よりわかるように原点0である。
- 15) 次ページ図で,  $\alpha$  と  $P$  のなす角を  $\theta$  とすれば,  $(\alpha, P) = |\alpha||P|\cos\theta = |\alpha||P| \cdot \frac{|k||P|}{|\alpha|} = |k|(P, P)$ 。 $(\beta, P)$ ,  $(\alpha - \beta, P)$  も同様。
- 16)  $b_2 = -(p_1/p_2)b_1 + W_2$ ,  $b_1 = -(p_2/p_1)b_2 + W_1$ 。
- 17) 技術  $I_1, I_2$  のあり方次第では  $r$  の上昇とともに  $p_1/p_2$  が低下することを示す例を



つくることも可能である。(1)―(5)の結果はマインウェアリング [1], 69―70 ページ, によって示されているが, (3)の結果は本稿で示されたものとは逆になっていて, その理由は  $I_1, I_2$  のあり方の相違にある。

- 18) 例えば,  $W_2$  と  $r$  の関係について調べてみればわかる。そこで,  $W_2 = b_1 \left( \frac{b_2}{b_1} + \frac{p_1}{p_2} \right)$  として,  $b_2/b_1, p_1/p_2$  がともに正の定数であることと  $b_1$  が  $r$  の上昇に対して比例的に減少することを考慮すると,  $\frac{dW_2}{dr} = \frac{db_1}{dr} \left( \frac{b_2}{b_1} + \frac{p_1}{p_2} \right) < 0$ ,  $\frac{d^2W_2}{dr^2} = \frac{d^2b_1}{dr^2} \left( \frac{b_2}{b_1} + \frac{p_1}{p_2} \right) = 0$ 。

- 19) 以下, これを各々の財に関する物的剰余率という。  
 20) これは, 必ずしもすべて労働者階級に帰属することを意味しない。それは, 労働者 1 人あたりで勘定して消費物として残される量のことを意味するにすぎない。  
 21) この事実, 代数的には次のように証明される。数量方程式,

$$X_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2$$

$$X_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2$$

が正の解をもつための条件は,

$$1 - a_{11} > 0, 1 - a_{22} > 0, (1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21} = 0$$

である。というのは,

P. スラッファの標準商品についての幾何学的解釈 (宇野)

$$(1 - a_{11})X_1 = a_{12}X_2$$

$$(1 - a_{22})X_2 = a_{21}X_1$$

より,  $a_{12} > 0$ ,  $a_{21} > 0$  だから,  $X_2 > 0$  であるためには,  $1 - a_{11} > 0$ ,  $X_1 > 0$  であるためには,  $1 - a_{22} > 0$  でなければならない。さらに,  $X_2/X_1 = (1 - a_{11})/a_{12} = a_{21}/(1 - a_{22})$  より,  $(1 - a_{11})/a_{12} - a_{21}/(1 - a_{22}) = 0$ 。

$$\text{これより, } \frac{(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{21}a_{12}}{(1 - a_{22})a_{12}} = 0。$$

したがって,  $(1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{21}a_{12} = 0$  としなければならない。

したがって, 生産方程式

$$p_1 = (1 + R)(a_{11}p_1 + a_{21}p_2)$$

$$p_2 = (1 + R)(a_{12}p_1 + a_{22}p_2)$$

が正の解をもつための条件は,

$$1 - (1 + R)a_{11} > 0, \quad 1 - (1 + R)a_{22} > 0$$

$$(1 - (1 + R)a_{11})(1 - (1 + R)a_{22}) - (1 + R)^2 a_{12}a_{21} = 0 \quad \dots\dots(*)$$

である。

同様に, 成長方程式

$$X_1 = (1 + G)(a_{11}X_1 + a_{12}X_2)$$

$$X_2 = (1 + G)(a_{21}X_1 + a_{22}X_2)$$

が正の解をもつためには,

$$1 - (1 + G)a_{11} > 0, \quad 1 - (1 + G)a_{22} > 0$$

$$(1 - (1 + G)a_{11})(1 - (1 + G)a_{22}) - (1 + G)^2 a_{12}a_{21} = 0 \quad \dots\dots(**)$$

がみたされなければならない。そこで, (\*), (\*\*)の左辺をそれぞれ  $f(R)$ ,  $g(G)$  と書けば,  $f(R) = 0$ ,  $g(G) = 0$  は同じ定係数をもつ,  $R$ ,  $G$  をそれぞれ未知数とする 2 次方程式であるから, 明らかに解  $R = G$  である。J. E. Woods [6], Chap. 2-4 参照。

22) マイヌウェアリング [1], 74-75 ページ参照。

23) P. スラッファ [4], 40 ページ。

24) (III-4)式と(III-5)式は同等である。(III-5)式を要素で表示すると,

$$\begin{aligned} & -G \left\{ \phi_1 \left( -\frac{a_{11}}{l_1}, -\frac{a_{21}}{l_1} \right) + \phi_2 \left( -\frac{a_{12}}{l_2}, -\frac{a_{22}}{l_2} \right) \right\} \\ & = \phi_1 \left\{ \left( \frac{1}{l_1}, 0 \right) + \left( -\frac{a_{11}}{l_1}, -\frac{a_{21}}{l_1} \right) \right\} + \phi_2 \left\{ \left( 0, \frac{1}{l_2} \right) + \left( -\frac{a_{12}}{l_2}, -\frac{a_{22}}{l_2} \right) \right\} \end{aligned}$$

あるいは,

$$\begin{aligned} & -G \{ (-a_{11}\eta q_1, -a_{21}\eta q_1) + (-a_{12}\mu q_2, -a_{22}\mu q_2) \} \\ & = \{ (\eta q_1, 0) + (-a_{11}\eta q_1, -a_{21}\eta q_1) \} + \{ (0, \mu q_2) + (-a_{12}\mu q_2, -a_{22}\mu q_2) \} \end{aligned}$$

と表わせることから明らか。

- 25) P. スラッファ [4], 39 ページ。  
 26) (III-5)式はあくまでベクトル間の関係であって、スカラーに集計されていないから、厳密にいうと PCMC 第 30 節で示されている「標準体系における賃金と利潤率との関係」は、 $r = \frac{(1-\omega)(\phi_1\alpha_1 + \phi_2\alpha_2)}{-(\phi_1I_1 + \phi_2I_2)}$  が意味をもたないので、 $r = R(1-\omega)$  という形で表わすことはできないというべきである。  
 27) P. スラッファ [4], 33 ページ。  
 28) P. スラッファ [4], 36-37 ページ。  
 29) P. スラッファ [4], 38 ページ。  
 30) もとの式を、

$$-rPmI_1 = Pm\alpha_1 - Pm\beta_1$$

$$-rPnI_2 = Pn\alpha_2 - Pn\beta_2$$

に分けた上で、各々の両辺に  $\eta$ ,  $\mu$  を乗じて、再び辺々加え合わせる。

- 31)  $\beta = m\beta_1 + n\beta_2$ ,  $\alpha^* = \phi_1\alpha_1 + \phi_2\alpha_2$  と書くとき、 $(\beta, P) = (\omega\alpha^*, P)$  となるような適当な  $\omega$  を選ぶことのできる理由は次のとおり。

賃金フロンティア  $\beta_1, \beta_2 \perp P$  だから、

$$(\beta, P) = |\beta| |P| \cos \theta^1 = |\beta| |P| \cdot \frac{|k| |P|}{|\beta|} = |k| (P, P)$$

ただし、 $\theta^1$  は  $P$  と  $\beta$  のなす角度のこと

また、賃金フロンティア  $\beta_1, \beta_2$  と  $\alpha^*$  との交点を表わす適当な  $\omega$  に対して、

$$(\omega\alpha^*, P) = |\omega\alpha^*| |P| \cos \theta^2 = |\omega| |\alpha^*| |P| \cdot \frac{|k| |P|}{|\omega| |\alpha^*|} = |k| (P, P)$$

ただし、 $\theta^2$  は  $P$  と  $\alpha^*$  のなす角度のこと

が得られる。注 15) および図 IV. 1 を参照せよ。

#### [参考文献]

- [1] Mainwaring, L., *Value and Distribution in Capitalist Economies*, Cambridge: Cambridge University Press, 1984 (笠松学・佐藤良一・山田幸俊訳『価値と分配の理論』, 日本評論社, 1987年)。  
 [2] 岡 敏弘「スラッフィアン経済学入門 ①-⑦」『経済セミナー』, 1987年6月号-12月号, 1988年1月号。  
 [3] Ricardo, D., *On the Principles of Political Economy and Taxation*, in P. Sraffa, ed., *Works and Correspondence of David Ricardo*, Vol. I, Cambridge: Cambridge University Press, 1951 (堀経夫訳『リカード全集』, 第I巻『経済学および課税の原理』, 雄松堂, 1972年)。  
 [4] Sraffa, P., *Production of Commodities by Means of Commodities*, Cam-

P. スラッファの標準商品についての一幾何学的解釈（宇野）

bridge: Cambridge University Press, 1960（菱山泉・山下博訳『商品による商品の生産』，有斐閣，1962年）。

- 〔5〕 宇野立身「価値および分配の理論とスラッファの標準商品について」『経済学論纂』（中央大学），第26巻3号，1985年5月。
- 〔6〕 Woods, J. E., *The Production of Commodities*, London: Macmillan, 1990.